

**Numerische Untersuchung der instationären
Strömung in einem zweistufigen
Turbinenradgaszähler**

von
Dipl.-Ing. Thomas Hüwener
aus Haltern

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
des Fachbereiches Maschinentechnik
der Universität Essen

Tag der mündlichen Prüfung:
17. Oktober 2001

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. W. Bitterlich
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. E. von Lavante
	Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. rer. nat. D. Dopheide

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen der Universität Essen im Rahmen einer Kooperation mit der Ruhrgas AG und der American Meter Company.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante, der meine Arbeit mit großem Engagement als Doktorvater betreut hat. Durch seine Anregungen und die stetige Diskussionsbereitschaft trug er wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. rer. nat. Dopheide sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Bitterlich danke ich für das entgegengebrachte Interesse bei der Übernahme des Korreferats bzw. der Durchführung des Vorsitzes bei der abschließenden Prüfung.

Dem Engagement von Reinhard „Elmo“ Ernst und Dr.-Ing. Achim Hilgenstock verdanke ich die Initiierung, Planung und Durchführung des Gemeinschaftsprojektes mit den beteiligten Industriepartnern. Ihre ausgezeichnete fachliche und menschliche Unterstützung waren die Basis für eine hervorragende Zusammenarbeit.

Meinen ehemaligen Arbeitskollegen vom Lehrstuhl für Strömungsmaschinen danke ich für das angenehme Arbeitsklima und die gute Zusammenarbeit.

Mein ganz besonderer Dank gilt Sandra und meiner Familie, die mich immer wieder mit viel Geduld und Verständnis unterstützt haben.

Haltern, im November 2001

Thomas Hüwener

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen	IV
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Stand der Forschung	2
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	7
2 Der Turbinenradgaszähler	9
3 Physikalisches Modell und numerische Verfahren	15
3.1 Grundgleichungen	15
3.2 Koordinatentransformation	18
3.3 Diskretisierung	23
3.3.1 Räumliche Diskretisierung	23
3.3.2 Zeitliche Diskretisierung	32
3.4 Turbulenzmodellierung	34
3.4.1 Reynolds Gleichungen	35
3.4.2 Wirbelviskositätsmodelle	38
3.4.3 Reynolds Spannungsmodelle und Large Eddy Simulation .	44
3.5 Randbedingungen	46
3.5.1 Freie Strömungsberandungen	47
3.5.2 Festkörperandbedingungen	49
3.5.3 Interzonaler Austausch	50

3.5.4	Periodischer Austausch	54
3.5.5	Symmetrierandbedingung	55
3.6	Erweiterung der Multiblock-Strategie und paralleles Rechnen . . .	55
3.6.1	Multiblock-Strategie	55
3.6.2	Paralleles Rechnen	57
3.7	Gittergenerierung	59
3.8	Fluent	61
4	Verifikation	66
4.1	Simulation turbulenter Strömungen	66
4.1.1	Rohrströmung	66
4.1.2	Niederdruck Turbinenschaufel T106	69
4.2	Stator/Rotor Interaktion	74
5	Simulation der Strömung im Turbinenradgaszähler	78
5.1	2-D Simulationen	78
5.1.1	Definition der Geometrie	78
5.1.2	Umströmung des ersten Rotors	80
5.1.3	Simulation beider Stufen des Turbinenradgaszählers	89
5.2	3-D Simulationen	101
5.2.1	Definition der Geometrie	101
5.2.2	Überblick über die dreidimensionale Strömung	105
5.2.3	Strömung im ersten Rotor	109
5.2.4	Axialgeschwindigkeiten und Sekundärströmungen	117
6	Zusammenfassung und Ausblick	125
	Literatur	130

Formelzeichen

Lateinische Symbole

A	Oberfläche Kontrollvolumen, Jacobi-Matrix
Ac	Genauigkeit (engl. Accuracy)
a	Schallgeschwindigkeit
c	Absolutgeschwindigkeit
$c_{I,II,III}$	Konstante des k - ω -Modells
c_K	Schließungskonstante
c_m	Momentenbeiwert
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_t	Tangentialkraftbeiwert
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
c_μ	Konstante des k - ω -Modells
$c_{\omega 2}$	Konstante des k - ω -Modells
D	Durchmesser
E	Zustandsgröße
e	volumenspezifische Totalenergie
e_i	innere Energie
e_k	Eigenvektor
F	relativer Meßfehler
$\vec{F}, \vec{G}, \vec{H}$	Flußvektoren
F_c	Corioliskraft
F_t	Tangentialkraft
$\vec{F}_v, \vec{G}_v, \vec{H}_v$	viskose Flußvektoren
F_z	Zentrifugalkraft
f	Frequenz
f_μ	universelle Wandschichtfunktion
g	Erdbeschleunigung
H	Totalenthalpie
$\overline{\overline{H}}$	generalisierter Fluß
h	Enthalpie
I	Einheitsmatrix
I_t	Turbulenzintensität
J	Jacobi-Determinante
k	turbulente kinetische Energie, Wärmeleitfähigkeit, Zählerkonstante
l	(Sehnen-)Länge

M	Mach-Zahl
\dot{m}	Massenstrom
N	Drehzahl
\vec{n}	Normalenvektor
P_k	Produktionsterm
Pr	Prandtl-Zahl
p	Druck
\vec{Q}	Vektor der abhängigen Variablen
\dot{Q}	Volumenstrom
\vec{q}	Wärmestromvektor
R	allgemeine Gaskonstante, Residuum
Re	Reynolds-Zahl
\vec{r}	Radius
S	Sutherland-Konstante
\vec{S}	Vektor der Quellterme
$S_{i,j}$	Verzerrungstensor
s_k	Fourierspektrum
T	Temperatur, Eigenvektormatrix
\bar{T}	Spannungstensor
t	Zeit, Teilung
U_ξ, V_η, W_ζ	kontravariante Geschwindigkeitskomponenten
u, v, w	Geschwindigkeitskomponenten
u_m	mittlere Geschwindigkeit
u_τ	Schubspannungsgeschwindigkeit
u^+	dimensionslose Geschwindigkeit
V	Geschwindigkeit bewegter Zellen
\vec{v}	Geschwindigkeitsvektor
W	charakteristische Variable
\vec{w}	Relativgeschwindigkeit
x, y, z	kartesische Koordinaten
y^+	dimensionslose Wandkoordinate

Griechische Symbole

α_i	Koeffizienten des Runge-Kutta Verfahrens
α_k	Amplitude der k-ten Welle
β_i	relativer Anströmwinkel
β_k	Konstante des k - ω -Modells
β_s	Schaufelwinkel

$\beta_{\omega 1,2}$	Konstante/Funktion des k - ω -Modells
Γ	Zirkulation
γ	Staupunktverschiebung
$\Delta\beta$	Strömungsumlenkung
$\delta_{i,j}$	Kroneckersymbol
ϵ	turbulente Dissipationsrate, Entropiekorrekturfaktor, kleiner Zahlenwert
ζ	Enstrophy
κ	Isentropenexponent, Parameter des MUSCL-Verfahrens
Λ	Eigenvektormatrix
λ	zweiter Viskositätskoeffizient
$\lambda_{1,2,3}$	Eigenwerte
λ_k	Ausbreitungsgeschwindigkeit der k -ten Welle
λ^*	modifizierter Eigenvektor
μ	molekularer Viskositätskoeffizient
μ_t	Wirbelviskosität
Ξ	Vektor im Liou-Schema
ξ, η, ζ	Ortskoordinaten im transformierten Raum
ρ	Dichte
σ	Spannungstensor
$\sigma_{k,\omega}$	Konstante des k - ω -Modells
τ	Flächenelement, turbulenter Spannungstensor, (Dissipations-)Zeit
τ_w	Wandschubspannung
Φ	Limiterfunktion, Vektor im Liou-Schema
Ω	Kontrollvolumen, Matrixelement der viskosen Flüsse
$\Omega_{i,j}$	Wirbelstärke
ω	Winkelgeschwindigkeit, Wirbeldichte, turbulente Dissipationsrate

Tiefgestellte Indizes

0	Kesselzustand der Zuströmung
1, 2	Eintritt, Austritt
a	außen
abs	absolut
$cross$	Quergeschwindigkeit
Gr	Grenzschicht
i	innen
i, j, k	Koordinate einer Zelle im Rechenraum

<i>kal</i>	Kalibrierung
<i>L, R</i>	links, rechts
<i>m</i>	mittel
<i>main</i>	Hauptstufe, erste Stufe
<i>max</i>	Maximum
<i>min</i>	Minimum
<i>norm</i>	Transfornormal
<i>ref</i>	Referenzstufe, zweite Stufe
<i>rel</i>	relativ
<i>rot</i>	Rotor
<i>stat</i>	Stator
<i>sim</i>	Simulation
<i>spm</i>	selbstjustierender Zähler (engl. self proving meter)
<i>t</i>	turbulent, total
<i>th</i>	theoretisch
<i>v</i>	viskos

Hochgestellte Indizes

<i>m</i>	modifiziert
<i>n</i>	Zeitebene
*	dimensionslose Größe
\wedge	transformierte Koordinaten
$+, -$	Richtung der Informationsausbreitung
\sim	Mittelung
$' , ''$	turbulente Schwankung, Bezeichnung an periodischen Rändern
$-$	zeitlicher oder räumlicher Mittelwert

Abkürzungen

ACHIEVE	Algorithm for solving chemically reacting viscous flow problems
ASCII	American Standard Code for Information Interchange
AUSM	Advection Upstream Splitting Method
CAD	Computer Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrich-Lewy (Bedingung)

DIN	Deutsches Institut für Normung
DNS	Direkte Numerische Simulation
FDS	Flux Difference Splitting
FVS	Flux Vector Splitting
ISO	International Standard Organisation
LES	Large Eddy Simulation
MPI	Message Passing Interface
PC	Personal Computer
PIV	Particle Image Velocimetry
RNG	Renormalization Group Theory
SGS	Subgrid Scale
TM	Trade Mark
UNS	Unstructured

Kapitel 1

Einleitung

Der Erdgasverbrauch in der Bundesrepublik Deutschland stieg in den letzten 10 Jahren um 32 % auf etwa 930 Milliarden Kilowattstunden [4]. Sein Anteil am Primärenergieverbrauch beträgt national derzeit 21%. Beim Transport, der Verteilung und späteren Abrechnung dieser Gasmengen spielt die quantitative Erfassung der Volumenströme eine wichtige Rolle und gewinnt im Zuge der Liberalisierung des Gasmarktes zusätzlich an Bedeutung. Aus wirtschaftlichen Gesichtspunkten muß der Gasumsatz sowohl für den Verkäufer als auch für den Kunden so exakt wie möglich gemessen werden.

In einem Turbinenradgaszähler des Typs AccuTest TM [107] mit einem Durchmesser von 200 mm können in einem Jahr bei einem Druck von 10 bar und 60% seines maximalen Durchflusses 99 Millionen Kubikmeter Erdgas, entsprechend 1.1 Milliarden Kilowattstunden, umgesetzt werden. Bei einer angenommenen Meßungenauigkeit von nur 0.2% und einem Preis von 5 Pf/kWh entspricht diese Fehlmessung einem jährlichen Betrag von 114000 DM.

Entsprechend der großen volkswirtschaftlichen Bedeutung der Meßunsicherheiten von Volumenstromzählern sind die Anforderungen an die Meßgeräte sehr hoch. Ein Meßgerät, das sich in den letzten Jahrzehnten besonders im Bereich der Hochdruckgasmessung durchgesetzt hat und den hohen Anforderungen der Praxis genügt, ist der Turbinenradgaszähler. Er zeichnet sich durch eine geringe Meßunsicherheit und eine hohe Langzeitstabilität sowohl bei Nieder- als auch Hochdruck aus. Bis heute sind allerdings einige wichtige Details der Strömungsvorgänge in Turbinenradgaszählern unbekannt. Die numerische Analyse dieser Strömungsvorgänge und die Umsetzung der daraus gewonnen Erkenntnisse in die Praxis können in Zukunft dazu beitragen, den Betrieb des Turbinenradgaszählers weiter zu optimieren und seine Meßunsicherheit zu reduzieren.

1.1 Motivation und Stand der Forschung

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein neuartiger Turbinenradgaszähler - der sogenannte AccuTestTM - mit Hilfe der numerischen Strömungssimulation (CFD - Computational Fluid Dynamics) untersucht. Die CFD hat sich in den letzten dreißig Jahren neben den experimentellen Untersuchungs- und Optimierungsverfahren als wichtiges Werkzeug zur Analyse von Strömungen und der Optimierung von um- bzw. durchströmten Bauteilen etabliert. Ziele der numerischen Berechnungen sind:

- Entwicklungskosten einsparen, da häufig auf den Bau von Prototypen verzichtet werden kann,
- Entwicklungsqualität steigern, da rechnerische Analysen detaillierter als Messungen sind,
- Untersuchungen ermöglichen, die einer experimentellen Lösung nicht zugänglich sind.

Ein Nachteil der numerischen Simulation ist allerdings der enorme Zeitaufwand, vor allem bei der Berechnung instationärer Strömungen in komplexen Geometrien. In solchen Fällen können Rechenzeiten im Bereich mehrerer Wochen auftreten. Häufig lassen sich die numerische Modelle aber ohne größere Einschränkungen der Realität so weit vereinfachen, daß die Rechenzeiten auf einige Stunden bis wenige Tage reduziert werden können.

Die Entwicklung auf dem Gebiet der numerischen Simulation wird begünstigt durch die ständige Leistungssteigerung der zentralen Prozessoreinheiten (CPU) der heutigen PC's und Workstations sowie einer wachsenden Verbreitung von Parallelrechnern oder dem Zusammenschluß von PC's zu Clustern [63]. Desweiteren ermöglicht die Weiterentwicklung der vorhandenen CFD-Programme die Lösung immer komplexerer Problemstellungen.

In den neunziger Jahren befaßten sich bereits verschiedene Autoren mit der Simulation von Durchflußmeßgeräten. So wurde bereits die dreidimensionale Strömung in einem Ultraschallgaszähler zur Berechnung der Meßungenauigkeiten des Zählers bei gestörten Anströmungen von Hilgenstock et al. [49, 50] untersucht. Die Ausbreitung von Ultraschallwellen berechnete Kolpatzik [58] numerisch und wendete sie ebenfalls auf die Strömung in einem Ultraschallzähler an. Perpeet [83] untersuchte die dreidimensionale, instationäre Strömung in Wirbelfrequenzzählern im Hinblick auf Pulsationen und Vorstörungen. Numerische Simulationen der instationären Strömung in kritischen Meßdüsen wurden z.B. durch von Lavante [68] vorgestellt.

Erste Simulationen der dreidimensionalen, stationären Strömung im Laufrad eines Turbinenradgaszählers wurden bereits 1996 von Hiegemann durchgeführt [45], der später auch erste quasi-stationäre Simulationen der zweidimensionalen Strömung des AccuTestTM Turbinenradgaszählers vorstellte [46]. Zu diesem Zeitpunkt konnten mit dem damals eingesetzten kommerziellen Strömungslöser Fluent noch keine instationären Simulationen mehrstufiger Maschinen durchgeführt werden. Desweiteren wurde die dreidimensionale, stationäre Strömung im Einlaufkanal eines Turbinenradgaszählers bereits numerisch berechnet [15].

Bisher sind allerdings noch keine zwei- bzw. dreidimensionale, instationäre Simulationen von Turbinenradgaszählern durchgeführt worden, so daß hier noch ein großer Bedarf an Forschungsarbeit besteht, den meist auf experimentellen Ergebnissen beruhenden Wissensstand, weiter auszubauen.

Zahlreiche theoretische Analysen mit dem Ziel, eine Bewegungsgleichung für das Turbinenrad aufzustellen, sind aus der Literatur bekannt. Lehmann [76], Lee [71] und Schieber [106] beschreiben die Bewegung des Turbinenrades durch eine Bilanz der antreibenden und der bremsenden Momente aufgrund mechanischer und fluidischer Reibung. Lee berücksichtigt dabei besonders den Einfluß laminarer, turbulenter und transientser Strömungszustände. Die auftretenden Reibmomente werden von Baker [9] hinsichtlich ihres Entstehungsortes genau lokalisiert. Er beschreibt die auf den Rotor wirkenden Reibmomente als Summe der Lagerreibung, der Reibung des Fluids an der Nabe des Rotors, der Reibung, die in der Spaltströmung zwischen Rotorspitze und Gehäuse auftritt, und der übrigen Reibung an der rotierenden Scheibe des Laufrades.

Es wurden bereits zahlreiche experimentelle Untersuchungen des Einflusses von Vorstörungen auf die Meßgenauigkeit des Turbinenradgaszählers durchgeführt. Van der Kam [56] untersuchte den Einfluß von Raumkrümmern auf die Fehlerverschiebung von Turbinenradgaszählern bei einem Druck von 1 bar. Seine Ergebnisse zeigten eine maximale Fehlerverschiebung von 0.35%, bei einer minimalen freien Anströmlänge von 3 D . Aufgrund dieser Ergebnisse empfiehlt er dennoch für die Praxis eine freie Anströmlänge von 10 D stromauf des Zählers. Körte et al. [59] klassifizieren die freien Anströmlängen für Turbinenradgaszähler nach dem Druck. Für Betriebsdrücke kleiner als 4 bar geben sie eine freie Anströmlänge von nur 2 D und für Drücke über 4 bar von 5 D an. Diese Angaben sind in guter Übereinstimmung mit den Meßergebnissen von van der Kam, jedoch nicht mit dessen eher konservativer Empfehlung einer freien Anströmlänge von 10 D für die Anwendung in der Praxis.

Mickan et al. [80] stellen in ihrer Arbeit ein empirisch gewonnenes Berechnungsmodell, das den Zusammenhang zwischen den Eigenschaften eines Anströmprofils und der daraus resultierenden Fehlerverschiebung eines Turbinenradgaszählers

beschreibt, vor. In diesem Modell werden die Anströmprofile durch drei Kenngrößen charakterisiert. Eine Kenngröße beschreibt die axiale Geschwindigkeitsverteilung, eine weitere - ähnlich der Drallzahl - die Verteilung der tangentialen Geschwindigkeit. Die dritte Kenngröße definiert die Asymmetrie der axialen Geschwindigkeitsverteilung und kann anschaulich als der Abstand des Schwerpunktes der Strömung von der Rohrachse verstanden werden. Die Autoren stellten fest, daß Drall in Rotationsrichtung des Turbinenrades eine positive, Drall entgegengesetzt der Rotationsrichtung des Turbinenrades eine negative Fehlerverschiebung verursacht. Diese beiden Effekte sind allerdings nicht symmetrisch zur Nulllinie. Zusätzlich zur Drallwirkung bewirkt die Veränderung der Verteilung der axialen Geschwindigkeitskomponente sowohl bei rechtsdrehendem als auch linksdrehendem Raumkrümmer eine positive Fehlerverschiebung. Der Drall bewirkt allerdings eine größere Fehlerverschiebung als die Deformation des axialen Geschwindigkeitsprofils.

Häufig sind Rohrströmungen bedingt durch die diskontinuierliche Arbeitsweise angeschlossener Pumpen oder Verdichter instationär - Pulsationen können auftreten. Unter diesen Bedingungen ist der von einem Turbinenradgaszähler angezeigte Volumenstrom fehlerbehaftet, da das Turbinenrad aufgrund seiner Trägheit nur zeitverzögert mit der Änderung der eigenen Drehgeschwindigkeit auf die Pulsationen reagieren kann. Brümmer [16] und Lehmann [76] untersuchten den Einfluß von Volumenstrompulsationen auf die Meßgenauigkeit von Turbinenradgaszählern. Sie stellten fest, daß das Turbinenrad bei steigenden Volumenströmen besser beschleunigen als bei einem fallenden Volumenstrom verzögern kann. Folglich ist der vom Turbinenradgaszähler angezeigte Volumenstrom unter dem Einfluß von Pulsationen größer als der tatsächliche Wert.

Die Kenntnis des Einflusses der Vorstörungen auf den Meßfehler eines Turbinenradgaszählers veranlaßte Bergervoet et al. [21, 93], einen neu konstruierten Strömungsgleichrichter zu entwerfen. Die Leitschaufeln in herkömmlichen Zählern mindern in erster Linie den Drall in der Anströmung des Turbinenrades. In einer stromaufwärts des Zählers eingebauten Lochplatte werden in Bergervoets Konstruktion auch axiale Geschwindigkeitsprofildeformationen weitestgehend neutralisiert. Die Ergebnisse zeigten, daß eine freie Anströmlänge von $2 D$, unabhängig von der Installationssituation des Zählers und des Betriebsdrucks, ausreichen, den Anforderungen der ISO 9951 [2] zu genügen.

Seit 1980 werden sogenannte selbstprüfende und selbstjustierende Turbinenradgaszähler eingesetzt. Abweichend von der herkömmlichen Konstruktion eines Turbinenradgaszählers mit einem Laufrad wird hier ein zweiter Rotor benutzt, um die Meßgenauigkeit des Zählers zu erhöhen. Lee [69, 70, 72] entwickelte einen selbstjustierenden Zähler, bei dem ein zweiter Rotor in kurzer Distanz stromab des ersten Rotors eingebaut ist. Der zweite Rotor dreht sich je nach Anströmlänge, der

näherungsweise gleich dem Abströmzustand des ersten Rotors ist, unterschiedlich schnell, was eine Kopplung der beiden Rotoren voraussetzt. Mit Hilfe der Drehzahl des zweiten Rotors wird dann die korrigierte Drehzahl des ersten Rotors berechnet. Den selbstprüfenden Zähler namens AccuTestTM (Abb. 1) entwickelte Schieber [105, 107, 108], ebenfalls auf der Basis eines zweiten Rotors stromab des ersten Laufrades.

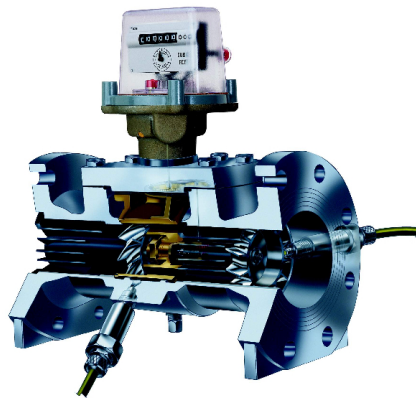


Abbildung 1: Der zweistufige AccuTestTM Turbinenradgaszähler

Im Unterschied zu Lees Zähler sollen beide Laufräder hier fluiddynamisch entkoppelt sein. Aufgrund dessen ist der zweite Rotor in dieser Konstruktion durch einen Gleichrichter vom ersten Rotor räumlich getrennt. Der zweite Rotor dreht sich entgegengesetzt dem ersten Rotor mit kleinerer Drehzahl. Das Drehzahlverhältnis beider Rotoren zu verschiedenen Betriebszuständen ist in Form einer Kennlinie bekannt. Erst wenn das Verhalten im Betrieb von dieser Kennlinie abweicht, muß der Zähler auf technische Mängel überprüft werden. Auf diese Weise können die Kosten für die regelmäßige Überprüfung des herkömmlichen Zählers erheblich gesenkt werden.

Mit dem Ziel, den Einfluß der Viskosität des Strömungsfluids durch konstruktive Maßnahmen zu reduzieren, entwickelten Lee und Karlby einen sogenannten Viskositätskompensator [71]. Er besteht aus einer im Inneren des Verdrängungskörpers angebrachten Trommel, die von einem Nebenstrom des Turbinenradgaszählers umströmt wird und mechanisch mit dem Laufrad des Zählers gekoppelt ist. In Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl der Strömung treten an dieser Trommel unterschiedlich starke Reibungskräfte auf, die die Drehgeschwindigkeit des Laufrades beeinflussen. Mit dieser Konstruktion ist es gelungen, den Einfluß der Viskosität auf die Meßgenauigkeit im Bereich turbulenter Strömungen zu reduzieren.

Bei der Simulation der instationären Strömungseffekte im Turbinenradgaszähler kann auf das Wissen aus dem Bereich der Turbomaschinen zurückgegriffen werden. Obwohl im Laufrad des Turbinenradgaszählers, anders als bei Pumpen und Turbinen, idealerweise keine Energie übertragen wird, erfolgt die numerische Behandlung ähnlich der einer Turbine. Die Drehzahl des Laufrades wird zunächst als bekannt vorausgesetzt und geht als Randbedingung in die Simulation ein. Es ist ebenfalls denkbar, die Drehzahl in Abhängigkeit von den fluiddynamischen Kräften auf der Schaufeloberfläche zu jedem Zeitschritt neu zu berechnen. Insofern können zahlreiche frühere Arbeiten, die sich mit der instationären Behandlung der Strömung in Turbomaschinen beschäftigen, als Grundlage für die numerischen Untersuchungen des Turbinenradgaszählers benutzt werden. Erste zweidimensionale, reibungsbehaftete und instationäre Stator/Rotor Interaktionen wurden 1985 von Rai [92] vorgestellt; zwei Jahre später folgten die ersten dreidimensionalen, reibungsbehafteten Simulationen [89]. Die sogenannte „sheared-cell“ Technik zur numerischen Behandlung des Übergangs zwischen Stator und Rotor bzw. zwischen dem Teil des Gitters, auf dem die Strömung im Absolut- bzw. Relativsystem berechnet wird, stellte Giles [38, 39, 40] erstmalig im Jahre 1987 vor. Die „sheared-cell“ Technik erlaubt die zeitgenaue, konservative Kopplung bewegter und nicht bewegter Netztopologien. Sogar die Berechnung der Strömung in Statoren und Rotoren mit ungleichem Teilungsverhältnis wird dadurch ermöglicht.

In der jüngeren Vergangenheit haben sich verschiedene Autoren mit der Thematik der Stator/Rotor Interaktion in zweidimensionalen [23, 25, 29, 39] als auch in dreidimensionalen Simulationen [24, 48] auseinandergesetzt. Im Zuge der Leistungssteigerung und Weiterentwicklung der Rechnerarchitekturen haben sowohl Faden [30] als auch Cizmas et al. [19] zweidimensionale Stator/Rotor Interaktionen auf Parallelrechnern durchgeführt und konnten damit die Rechenzeiten drastisch verkürzen. Natürlich stieg mit der Steigerung der Rechenkapazitäten auch die Größe der Rechengitter, so daß es heutzutage üblich ist, eine Stator/Rotor Konfiguration in dreidimensionalen Simulationen durch wenigstens 1 Million Gitterzellen aufzulösen.

Ein wesentlicher Aspekt der Simulation zeitgenauer instationärer Strömungsvorgänge in Turbomaschinen ist die genaue Berechnung viskoser bzw. turbulenter Strömungseffekte. Häufig werden die bekannten algebraischen (Baldwin-Lomax), Eingleichungs-(Spalart-Allmaras) und Zweigleichungs-Turbulenzmodelle ($k-\omega$, $k-\epsilon$, $k-\zeta$) verwendet. In den letzten Jahren befaßten sich aber auch immer mehr Autoren mit der Modellierung von Transitionsphänomenen, d.h. dem laminar-turbulenten Umschlag [27, 28, 79], um beispielsweise Ablöseeffekte an Oberflächen berechnen und bewerten zu können.

Da die Strömung in Turbomaschinen fast immer instationär ist, müssen zeitgenaue Lösungsverfahren in der Simulation verwendet werden. Dabei muß die Zeitschrittgröße hinreichend klein gewählt werden, um die auftretenden physikalischen Phänomene befriedigend auflösen zu können. Als Lösungsalgorithmus bieten sich explizite und implizite Methoden an, die sich hinsichtlich ihrer Konvergenzgeschwindigkeit und Zeitgenauigkeit unterscheiden. Die expliziten Methoden sind in ihrer Zeitschrittgröße durch die sogenannte CFL-Bedingung (CFL - Courant, Friedrichs, Lewy) beschränkt. Es existiert ein größter lokaler Zeitschritt, für den das Verfahren instabil wird. Der Vorteil besteht allerdings in einer hohen zeitlichen Genauigkeit zweiter Ordnung, wenn das Verfahren beispielsweise mit dem modifizierten Runge-Kutta Verfahren [53] mindestens zweiter Ordnung gekoppelt wird. Die impliziten Verfahren [12, 11, 87, 116] sind theoretisch für alle Zeitschrittgrößen stabil, weisen aber eine hohe zeitliche Ungenauigkeit auf, die durch Subiterationen ausgeglichen werden kann [88]. Aufgrund dieser Aspekte werden heutzutage sowohl die expliziten als auch die impliziten Methoden in der Praxis eingesetzt.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Beschreibung und Darstellung der instationären, kompressiblen Strömung in dem zweistufigen Turbinenradgaszähler AccuTestTM, die mit den Strömungslösern ACHIEVE [83, 124] und Fluent [79] berechnet wurde. Dazu wurde das Programm ACHIEVE (Algorithm for Solving Chemically Reacting Viscous Flow Problems), basierend auf einer parallelisierten zweidimensionalen Version, weiterentwickelt. Die sogenannte „sheared-cell“ Technik sollte als instationäre Randbedingung zur Realisierung des Datenaustausches zwischen Stator- und Rotorgeometrien implementiert werden. Desweiteren mußte die interne Verwaltung der Geometrie- und Strömungsgrößen in ACHIEVE neu organisiert werden, damit einzelne Rechengitter beliebig zueinander angeordnet werden können. In der modifizierten Version des Strömungslösers darf die Orientierung benachbarter Rechengitter entgegengesetzt sein, die Anzahl der Seiten einzelner Blöcke ist nicht beschränkt und jeder Block kann mit beliebig vielen anderen kommunizieren. Diese flexible Gestaltung der Netztopologie zog zudem einen zusätzlichen Aufwand bei der graphischen Aufbereitung der Strömungskonturen nach sich. Das von Yao [125] bereits implementierte k - ω -Turbulenzmodell sollte hinsichtlich seiner Anwendbarkeit auf Schaufelumströmungen getestet und verifiziert werden.

Die mathematisch-physikalischen Grundlagen der verwendeten Verfahren zur Lösung der Navier-Stokes Gleichungen und deren Implementierung im Programm ACHIEVE werden in Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Im Vergleich zum lehr-

stuhleigenen Programm ACHIEVE wurde der kommerzielle Strömungslöser Fluent auf seine Verwendbarkeit zur Berechnung instationärer, kompressibler Strömungen in Stator/Rotor Geometrien getestet. Eine kurze Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen von Fluent wird in Kapitel 3.8 gegeben.

In Kapitel 4 werden die Simulationen zur Verifizierung des in ACHIEVE implementierten Turbulenzmodells vorgestellt. Dieses sind eine Rohrströmung und die Umströmung einer Niederdruck Turbinenschaufel, die zum Vergleich auch mit Fluent berechnet wurde. Im Anschluß daran werden die Simulationsergebnisse der zeitlichen Verläufe der Tangentialkraftbeiwerte von Leit- und Laufradschaufeln des AccuTestTM Turbinenradgaszählers zwischen den Lösern Fluent und ACHIEVE gegenübergestellt und diskutiert.

Da bisher fast ausschließlich theoretisch und experimentell ermittelte Erkenntnisse über die Strömung im Turbinenradgaszähler vorliegen, verfolgt diese Arbeit das Ziel, möglichst das gesamte Strömungsfeld des Zählers mit den Ergebnissen der Simulationen zu beschreiben. Dabei werden allerdings aufgrund der Komplexität des AccuTestTM schwerpunktmäßig die Besonderheiten dieses Zählers untersucht. Das ist zum einen die Funktion eines feststehenden Absatzes an der Abströmkante der Laufradschaufeln, der für zusätzlichen Auftrieb sorgen soll, sowie die fluid-dynamische Entkopplung der beiden Laufräder des Zählers. Die dazu nötigen Simulationen wurden teilweise in einem zweidimensionalen Modell des Zählers in der Mittelebene durchgeführt und werden im ersten Teil von Kapitel 5 beschrieben. Hier wird basierend auf den Ergebnissen auch eine konstruktive Änderung der Leitbleche des zweiten Laufrades vorgeschlagen und anhand von Simulationsergebnissen dessen Funktionalität bestätigt. Desweiteren wird der sogenannte Hochdruckversatz des Turbinenradgaszählers (vgl. Kap. 2) auf der Grundlage der Simulationsergebnisse erklärt. Die daraus resultierende Betrachtungsweise und Erklärung des Hochdruckversatzes wird durch experimentelle Ergebnisse belegt. Der zweite Teil des Kapitels 5 beschreibt die Ergebnisse der dreidimensionalen Simulationen der ersten Stufe des Zählers. Neben einem Überblick über die Hauptströmung in der ersten Stufe wird besonders die Spaltströmung zwischen der Schaufelspitze des Rotors und dem Gehäuse sowie der Einfluß der Geschwindigkeitsgrenzschichten an Nabe und Gehäuse auf die Anströmung des ersten Rotors untersucht. Eine detaillierte Analyse der Sekundärströmungen führt zu weiteren Erkenntnissen, dessen praktische Umsetzung weitere Verbesserungen der Meßgenauigkeit des Zählers erwarten läßt.

Die vorliegende Arbeit wird im abschließenden Kapitel 6 zusammengefaßt. Im Ausblick werden Entwicklungsmöglichkeiten des Strömungslösers sowie weitere Simulationen, die möglicherweise zu einer Steigerung der Meßgenauigkeit beitragen können, aufgezeigt.

Kapitel 2

Der Turbinenradgaszähler

Das Meßprinzip des Turbinenradgaszählers basiert auf einem volumetrischen Meßverfahren, bei dem Teilmengen des Meßfluids entsprechend dem Kammerinhalt bzw. der analog dazu bewirkten Umdrehung des Meßrades, fortlaufend in der Zeit integriert und als transportierte Menge angezeigt werden [14].

Der Turbinenradgaszähler gehört zu den mittelbaren Volumenzählern, weil die transportierte Menge ohne genau definierte Meßkammern indirekt bestimmt wird. Hierbei wird das mit Schaufeln besetzte Laufrad durch die Strömung in Rotation gesetzt. Die resultierende Frequenz f des Laufrades wird gemessen und mit Hilfe einer Zählerkonstanten k in einen Volumenstrom umgerechnet. Unter der Annahme, daß die Drehzahl des Laufrades zeitlich konstant ist, gilt:

$$k = \frac{f}{\dot{Q}}, \quad (2.1)$$

wobei \dot{Q} der Volumenstrom durch den Zähler ist. Die Zählerkonstante k ist eine Funktion des Betriebszustandes (Druck, Temperatur und Dichte des Meßguts) sowie der Abmessungen des Zählers und wird in Kalibriermessungen bestimmt. Der relative Meßfehler F des Turbinenradgaszählers ist definiert als das Verhältnis der Differenz vom angezeigten Volumenstrom \dot{Q} und dem tatsächlichen Volumenstrom \dot{Q}_{norm} zum tatsächlichen Volumenstrom \dot{Q}_{norm} :

$$F = \frac{\dot{Q} - \dot{Q}_{norm}}{\dot{Q}_{norm}}. \quad (2.2)$$

Der tatsächliche Volumenstrom \dot{Q}_{norm} wird dabei mit einem TransfERNormal bestimmt und ist per Definition 100% genau [105]. Abb. 2 [22] zeigt die typischen Fehlerkurven eines Turbinenradgaszählers bei Nieder- und Hochdruck.

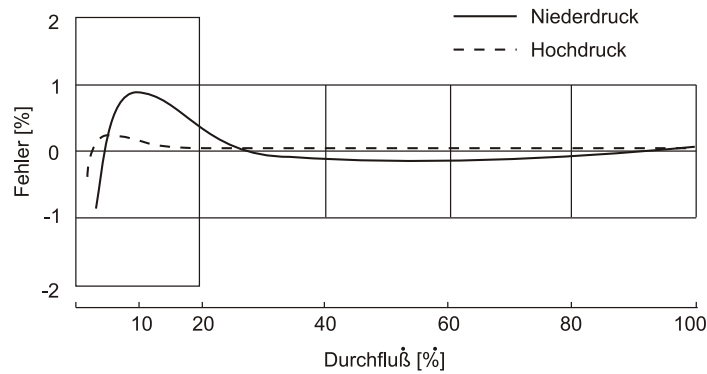


Abbildung 2: Typische Fehlerkurve eines Turbinenradgaszählers

Bis zu einem Volumenstrom von etwa 20% der maximalen Kapazität \dot{Q}_{max} sorgen störende Effekte wie der Widerstand der Lager und der Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung für ein nichtlineares Verhalten der Fehlerkurve. Bei größeren Volumenströmen ist der Fehler dann nahezu konstant über dem Durchfluß und bewegt sich innerhalb einer Fehlergrenze von $\pm 0,3\%$. Bisher noch nicht genau geklärt ist der Hochdruckversatz, der die Hochdruckkurve gegenüber der Niederdruckkurve leicht verschiebt. Technische Einzelheiten zu Betriebszuständen, Fehlergrenzen und Abmessungen finden sich in den entsprechenden Normen und Regelwerken [1, 2, 3].

In dieser Arbeit wird der selbstprüfende Turbinenradgaszähler des Typs AccuTestTM untersucht. Abb. 3 zeigt einen Querschnitt durch den Zähler.

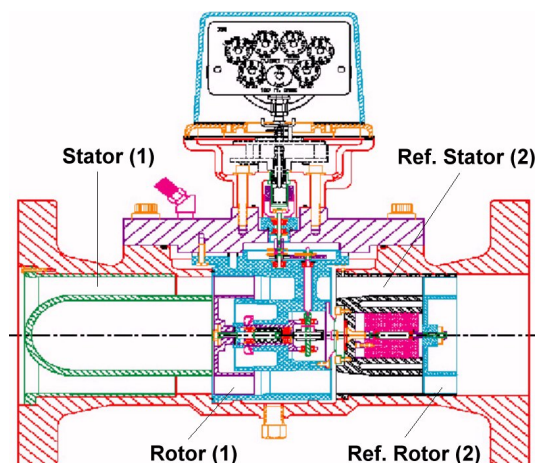


Abbildung 3: Querschnitt des AccuTestTM Turbinenradgaszählers

Im Gehäuse des axialen AccuTestTM Turbinenradgaszählers ist in Strömungsrichtung zunächst ein herkömmlicher Zähler - bestehend aus dem Verdrängungskörper am Eintritt, den radial angeordneten Leitblechen (Stator 1) auf dem Strömungskörper und einem Laufrad (Rotor 1) - untergebracht. Beim Eintritt in den Zähler wird der Gasstrom durch die Formgebung des koaxial angebrachten Verdrängungskörpers auf einen ringförmigen Querschnitt im Einlaufkanal eingengt und dadurch stark beschleunigt. Die Leitbleche sollen eventuell vorhandene Vorstörungen wie Drall oder Profildeformationen der axialen Geschwindigkeitsverteilung kompensieren. Der Gasstrom trifft stromab der Leitbleche auf die Schaufeln des reibungsarm gelagerten Turbinenrades und versetzt dieses in Rotation. Hinter dem als erste Stufe bezeichneten Paar von Leit- und Laufrad durchströmt das Gas die Leitbleche der zweiten Stufe (Stator 2), um dann das zweite Laufrad (Rotor 2) anzutreiben. Der Einbauwinkel der Schaufeln des zweiten Laufrades ist so klein, daß es sich nur mit etwa einem Drittel der Geschwindigkeit des ersten Laufrades, in umgekehrter Richtung, dreht. Ferner sei schon jetzt auf den sehr engen axialen Spalt zwischen Leit- und Laufrad der zweiten Stufe verwiesen. Die zweite, sogenannte Referenzstufe, dient der Überprüfung der Funktionsfähigkeit der ersten, eigentlichen Meßstufe. Das Drehzahlverhältnis der beiden Laufräder ist in Form einer Kennlinie in Experimenten ermittelt worden und somit bekannt. Sollte das erste Laufrad Schaden nehmen und vom normalen Betriebsverhalten abweichen, so äußert sich dieses Verhalten in einer Abweichung von der bekannten Kennlinie.

Schieber [105] hat eine Arbeitsgleichung für den zweistufigen Zähler hergeleitet. Er definiert die Genauigkeit des Zählers Ac (engl.: Accuracy) als das Verhältnis des gemessenen Volumenstromes \dot{Q} zum tatsächlichen Volumenstrom \dot{Q}_{norm} . Unter den Annahmen, daß:

- die Genauigkeit des Referenzrotors eins ist,
- die Hauptströmung eindimensional, reibungsbehaftet, inkompressibel und stationär ist,
- der Massenstrom der ersten Stufe gleich dem Massenstrom der zweiten Referenzstufe ist,

ergibt sich die Arbeitsgleichung mit Hilfe von Gl. 2.1 zu:

$$Ac_{spm} = \frac{f_{main}}{f_{ref}} \cdot \frac{k_{ref}}{k_{main}} \cdot Ac_{kal} . \quad (2.3)$$

Hierbei steht spm für „selbstprüfenden Zähler“ (engl.: self proving meter) und Ac_{kal} beschreibt die experimentell ermittelte Genauigkeit aus der Kalibrierung.

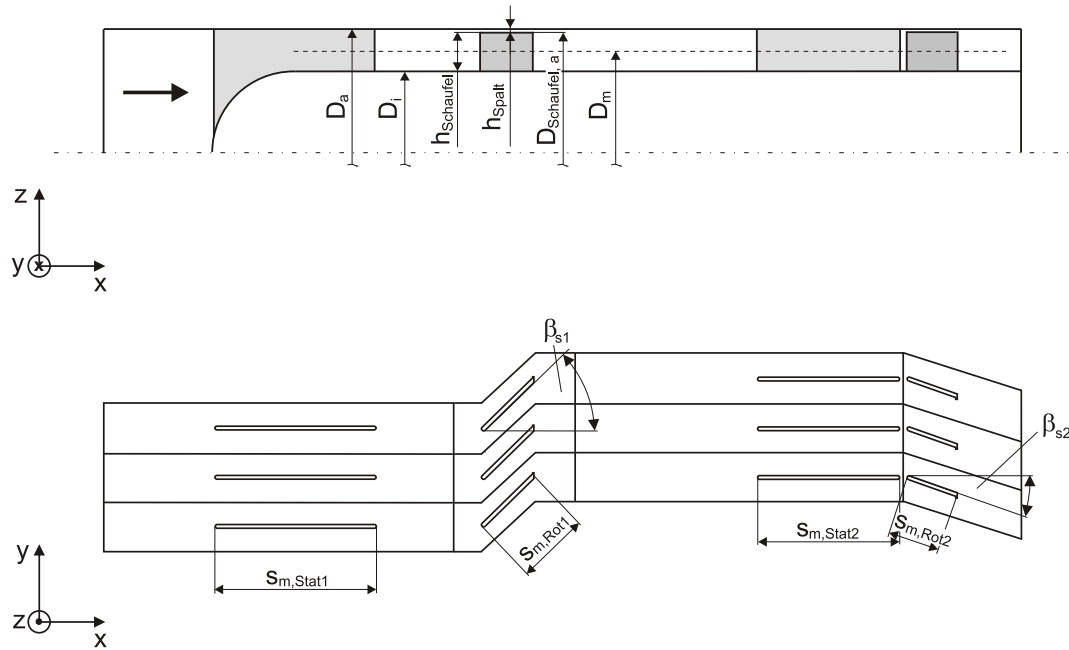
Der Index *main* beschreibt die erste, *ref* die zweite Stufe des Zählers.

Gl. 2.3 besitzt nur dann Gültigkeit, wenn in der Anwendung die folgenden Bedingungen gelten:

- die Rotoren sind fluiddynamisch entkoppelt,
- alle Störeinflüsse, die den ersten Rotor beaufschlagen, haben keine Auswirkungen auf den zweiten Rotor.

Auf der Basis dieser Überlegungen wurde der selbstprüfende AccuTestTM Zähler entwickelt, der selbständig darüber informiert, wenn er nicht mehr innerhalb vorgegebener Fehlergrenzen mißt. Daraus resultiert der wesentliche Vorteil des selbstprüfenden Zählers gegenüber herkömmlichen Turbinenradgaszählern. Die Kosten für die Wartung werden auf ein Minimum reduziert, weil der Zähler nur noch im Falle eines Schadens oder einer auftretenden Meßungenauigkeit gewartet werden muß. Im Gegensatz dazu sind bei herkömmlichen Zählern Routineüberprüfungen notwendig, da sie nicht selbständig über ihr Fehlverhalten informieren. Desweiteren entstehen durch den Einsatz des selbstprüfenden Zählers geringere Ertragsverluste, da zum Zeitpunkt des ersten Auftretens eines Fehlverhaltens eine notwendige Überprüfung angezeigt wird. Bei herkömmlichen Zählern wird dieses Fehlverhalten unter Umständen erst bei der folgenden Routineüberprüfung bekannt.

Einige wichtige Abmessungen des 6'' AccuTestTM Turbinenradgaszählers sind in der folgenden Abb. 4 dargestellt. Bei der Darstellung ist zu beachten, daß die Anzahl der Schaufeln des zweiten Rotors in dieser Abbildung an die Anzahl der Schaufeln in den Statoren und dem ersten Rotor angepaßt wurde und somit nicht dem in der Tabelle aufgeführten Wert entspricht.



	Stator 1	Rotor 1	Stator 2	Rotor 2	D_a	151.6 mm
Schaufeln	16	16	16	14	D_i	114.7 mm
$\beta_{s,i}$	0°	40.9°	0°	-16.2°	D_m	133.1 mm
$\beta_{s,m}$	0°	45.0°	0°	-18.4°	$D_{Schaufel,a}$	150.0 mm
$\beta_{s,a}$	0°	49.0°	0°	-20.6°	$h_{Schaufel}$	17.9 mm
s_m	81.3 mm	36.8 mm	6.8 mm	2.7 mm	h_{Spalt}	0.8 mm

Abbildung 4: Abmessungen des 6'' AccuTestTM Turbinenradgaszählers

In der folgenden Tab. 1 sind charakteristische Größen des Turbinenradgaszählers für den Betrieb bei $p_0 = 1.013 \text{ bar}$ und $p_0 = 10.31 \text{ bar}$, im folgenden als 1 bar und 10 bar bezeichnet, für das Arbeitsmedium Luft aufgeführt. Die Volumenströme \dot{Q} und die Drehzahlen N entstammen Angaben des Zählerherstellers. Die Massenströme \dot{m} wurden mit den entsprechenden Stoffdaten [13] und dem Strömungsquerschnitt des Zählers ermittelt. Sowohl die Massenströme \dot{m} als auch die Reynolds-Zahlen und Drehzahlen der Rotoren N ändern sich, ebenfalls nach Angaben des Zählerherstellers, näherungsweise linear mit dem Volumenstrom \dot{Q} bei einem konstantem Druck p .

Tabelle 1: Strömungsgrößen des Turbinenradgaszählers bei $T_0 = 293.15\text{ K}$ sowie $p_0 = 1\text{ bar}$ und $p_0 = 10\text{ bar}$ für das Arbeitsmedium Luft

$T = 293.15\text{ K}$	1 bar	10 bar
$\rho\text{ [kg/m}^3\text{]}$	1.190	12.304
$\eta\text{ [10}^6\text{ kg/ms]}$	17.98	18.12
$\dot{Q}_{min}\text{ [m}^3\text{/h]}$	55	18
$\dot{Q}_{max}\text{ [m}^3\text{/h]}$	991	1005
$\dot{m}_{min}\text{ [kg/s]}$	0.018	0.060
$\dot{m}_{max}\text{ [kg/s]}$	0.328	3.436
$N_{1,min}\text{ [U/s]}$	5.9	1.9
$N_{1,max}\text{ [U/s]}$	106.4	107.9
$N_{2,min}\text{ [U/s]}$	2.1	0.7
$N_{1,max}\text{ [U/s]}$	37.2	37.7

Kapitel 3

Physikalisches Modell und numerische Verfahren

In diesem Kapitel werden die wesentlichen strömungmechanischen Grundlagen, die mit Hilfe numerischer Verfahren im Strömungslöser ACHIEVE implementiert sind, beschrieben. Ausgehend von den Grundgleichungen zur Erhaltung von Masse, Impuls und Energie wird die Diskretisierung in Raum und Zeit dargestellt. Die Behandlung der Turbulenz als zeitliche Mittelung der momentanen Zustände wird in Abschnitt 3.4 näher erläutert. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Beschreibung des in dieser Arbeit verwendeten k - ω -Turbulenzmodells. Im Kapitel 3.5 werden die Randbedingungen, besonders die instationäre Kopplung der Stator- und Rotorgeometrien, ausführlich beschrieben. Die erhöhte Flexibilität der Gitterblöcke in ACHIEVE wird im Zusammenhang mit der Multiblock-Strategie und dem Parallelrechnen dargestellt. Abschließend werden die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Gittertypen vorgestellt und die wichtigsten numerischen Algorithmen des Strömungslösers Fluent kurz zusammengefaßt.

3.1 Grundgleichungen

Die Grundgleichungen zur Beschreibung der instationären, dreidimensionalen, reibungsbehafteten Strömung in einem Kontinuum basieren auf den Erhaltungsgleichungen von Masse, Impuls und Energie. Sie werden durch die sogenannten Navier-Stokes Gleichungen beschrieben.

Die globale Kontinuitätsgleichung beschreibt die zeitliche Massenänderung eines Kontrollvolumens infolge der Dichteänderung $\partial\rho/\partial t$ als Summe der ein- und aus-

fließenden Massenströme. Diese Bilanz führt zu folgender Gleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (3.1)$$

Hierin steht ρ für die Dichte, t für die Zeit und \vec{v} für den Geschwindigkeitsvektor. Jedes Fluidelement ist aufgrund seiner Masse und Geschwindigkeit mit einem Impuls behaftet. Dieser Impuls kann nach dem Newtonschen Grundgesetz nur durch die Wirkung von Kräften geändert werden. Diese Kräfte können sowohl als Oberflächen- wie auch Volumenkräfte auftreten. In der vorliegenden Arbeit werden die Oberflächenkräfte durch Normal- und Tangentialspannungen repräsentiert. Als Volumenkraft wird ausschließlich die Trägheitskraft berücksichtigt. Der Einfluß der Erdbeschleunigung g wird vernachlässigt. Die Impulsgleichung resultiert demnach zu:

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \overline{\overline{T}}, \quad (3.2)$$

wobei p für den statischen Druck und $\overline{\overline{T}}$ für den Spannungstensor steht.

Die Energie eines Systems kann durch Verrichtung von Arbeit oder durch Zu- oder Abfuhr von Wärme geändert werden. Die Bilanzierung über ein Kontrollvolumen ergibt:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot (e \vec{v}) = -\nabla \cdot (p \vec{v}) + \nabla \cdot (\overline{\overline{T}} \vec{v}) + \nabla \cdot \vec{q}, \quad (3.3)$$

mit der volumenspezifischen totalen Energie e und dem Wärmestromvektor \vec{q} .

Zusammengefaßt ergeben sich die Erhaltungssätze in integraler Form zu:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} d\Omega + \oint_A \overline{\overline{H}} \cdot \vec{n} dA = \int_{\Omega} \vec{S} d\Omega, \quad (3.4)$$

wobei \vec{Q} der Vektor der konservativen Variablen ist. Er ergibt sich für einen dreidimensionalen Raum zu:

$$\vec{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T. \quad (3.5)$$

Hierin stehen ρu , ρv und ρw für den spezifischen Impuls in x -, y - und z -Richtung, wobei u , v und w die Geschwindigkeiten in die drei räumlichen kartesischen Koordinatenrichtungen sind. Der Term $\partial \vec{Q} / \partial t$ beschreibt die zeitliche Änderung der abhängigen Variablen im Volumen Ω . Der Einfluß der Flüsse normal zur Oberfläche des Volumenelementes Ω mit der Oberfläche A wird durch die generalisierten Flüsse $\overline{\overline{H}}$ erfaßt. Er beinhaltet den Einfluß der konvektiven Terme, der Druckterme und der Reibungsterme. Der Vektor \vec{S} beschreibt zusätzliche Quellterme, die in dem betrachteten Volumenelement auftreten. Diese Quellen können

durch das Vorhandensein einer Wärmequelle, dem Auftreten von chemischen Reaktionen oder durch eine rotatorische Bewegung bzw. rotatorische oder translatorische Beschleunigung des Volumens Ω verursacht werden. In dieser Arbeit stellt der Vektor \vec{S} die aufgrund der Rotation des Volumens um die x -Achse entstehenden Quellterme dar.

Durch Anwendung des Gaußschen Integralsatzes kann Gl. 3.4 in die schwach konservative Form oder Divergenzform der Erhaltungsgleichungen überführt werden. Sie lautet:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{\bar{H}} = \vec{S}, \quad \text{mit } \vec{\bar{H}} = \begin{pmatrix} \vec{F} \\ \vec{G} \\ \vec{H} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Zur Vereinfachung wird in den folgenden Abschnitten auf die Vektornotation der funktionalen Tensoren und der Flußvektoren sowie dem Vektor der konservativen Variablen \vec{Q} verzichtet.

Für die dreidimensionale Strömung lautet die Divergenzform in kartesischen Koordinaten:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial z} = S. \quad (3.7)$$

Hierin beschreiben F , G und H die reibungsfreien, sowie F_v , G_v und H_v die reibungsbehafteten, viskosen Flußvektoren in x -, y - und z -Richtung.

Die beschreibenden Gleichungen werden durch die Normierung mit den Totalgrößen der Anströmung ρ_0 (Dichte), a_0 (Schallgeschwindigkeit), T_0 (Totaltemperatur) und den weiteren Bezugswerten μ_0 und k_0 entdimensioniert. Als Normierungslänge wird eine bestimmte Referenzlänge l_{ref} vorgegeben. Die entdimensionierten Variablen ergeben sich damit zu [66]:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{l_{ref}}, & y^* &= \frac{y}{l_{ref}}, & z^* &= \frac{z}{l_{ref}}, \\ u^* &= \frac{u}{a_0}, & v^* &= \frac{v}{a_0}, & w^* &= \frac{w}{a_0}, \\ T^* &= \frac{T}{T_0}, & \rho^* &= \frac{\rho}{\rho_0}, & p^* &= \frac{p}{\rho_0 a_0^2}, & e^* &= \frac{e}{\rho_0 a_0^2}, \\ \mu^* &= \frac{\mu}{\mu_0}, & k^* &= \frac{k}{k_0}, & Re_0 &= \frac{\rho_0 a_0 l_{ref}}{\mu_0}, & Pr_0 &= \frac{\mu_0 c_{p0}}{k_0}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Darin steht μ für den molekularen Viskositätskoeffizienten, k für den Wärmeleitkoeffizienten, c_p für die spezifische isobare Wärmekapazität, Re für die Reynoldszahl und Pr für die Prandtl-Zahl. Bei der nachfolgenden Behandlung der entdimensionierten Variablen wird auf den Index $*$ verzichtet.

3.2 Koordinatentransformation

Die bisher hergeleiteten Gleichungen sind im kartesischen Koordinatensystem formuliert worden. In der Numerik bringt dieses Koordinatensystem allerdings häufig Probleme mit sich, wenn die untersuchten Strömungsgebiete von komplizierter Geometrie sind. Deshalb wird die physikalische Rechendomäne von kartesischen Koordinaten (x, y, z, t) in eine numerische Rechendomäne mit körperangepaßten, krummlinigen Koordinaten (ξ, η, ζ, τ) transformiert. Die beschreibenden Gleichungen nehmen durch die Transformation an Komplexität zu, was jedoch durch eine Steigerung der Genauigkeit und Effektivität des numerischen Verfahrens mehr als ausgeglichen wird. Ein wesentlicher Vorteil besteht darin, daß die Strömung selbst in komplexen Geometrien in einem orthogonalen Gittersystem gelöst werden kann. Die Transformation wird beschrieben durch:

$$\tau = t, \quad (3.9)$$

$$\xi = \xi(x, y, z, t), \quad (3.10)$$

$$\eta = \eta(x, y, z, t), \quad (3.11)$$

$$\zeta = \zeta(x, y, z, t). \quad (3.12)$$

Aus der Definition der Jacobi-Determinante der Transformation folgt [55, 124]:

$$J = \left| \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} \right| = \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} \right|^{-1} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{bmatrix}^{-1} \\ = [x_\xi(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) - x_\eta(y_\xi z_\zeta - y_\zeta z_\xi) + x_\zeta(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)]^{-1}. \quad (3.13)$$

Durch Anwendung der Transformation auf Gl. 3.7 ergeben sich die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen zu:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{H} - \hat{H}_v)}{\partial \zeta} = \hat{S}. \quad (3.14)$$

Die einzelnen Terme der Gl. 3.14 lauten nach der Transformation in krummlinige Koordinaten:

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho U_\xi \\ \rho U_\xi u + p \xi_x \\ \rho U_\xi v + p \xi_y \\ \rho U_\xi w + p \xi_z \\ (e + p)U_\xi - \xi_t p \end{pmatrix},$$

$$\hat{G} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho V_\eta \\ \rho V_\eta u + p \eta_x \\ \rho V_\eta v + p \eta_y \\ \rho V_\eta w + p \eta_z \\ (e + p) V_\eta - \eta_t p \end{pmatrix}, \hat{H} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho W_\zeta \\ \rho W_\zeta u + p \zeta_x \\ \rho W_\zeta v + p \zeta_y \\ \rho W_\zeta w + p \zeta_z \\ (e + p) W_\zeta - \zeta_t p \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

wobei die kontravarianten Geschwindigkeiten U_ξ , V_η und W_ζ definiert sind als:

$$\begin{aligned} U_\xi &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \\ V_\eta &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \\ W_\zeta &= \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die viskosen Flußterme \hat{F}_v , \hat{G}_v und \hat{H}_v beinhalten die Anteile der Spannungsterme und der Wärmeleitung. Sie ergeben sich zu [116]:

$$\begin{aligned} \hat{F}_v &= \frac{1}{JRe_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_x \sigma_{xx} + \xi_y \sigma_{xy} + \xi_z \sigma_{xz} \\ \xi_x \sigma_{yx} + \xi_y \sigma_{yy} + \xi_z \sigma_{yz} \\ \xi_x \sigma_{zx} + \xi_y \sigma_{zy} + \xi_z \sigma_{zz} \\ \xi_x \Omega_x + \xi_y \Omega_y + \xi_z \Omega_z \end{pmatrix}, \\ \hat{G}_v &= \frac{1}{JRe_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_x \sigma_{xx} + \eta_y \sigma_{xy} + \eta_z \sigma_{xz} \\ \eta_x \sigma_{yx} + \eta_y \sigma_{yy} + \eta_z \sigma_{yz} \\ \eta_x \sigma_{zx} + \eta_y \sigma_{zy} + \eta_z \sigma_{zz} \\ \eta_x \Omega_x + \eta_y \Omega_y + \eta_z \Omega_z \end{pmatrix}, \\ \hat{H}_v &= \frac{1}{JRe_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \zeta_x \sigma_{xx} + \zeta_y \sigma_{xy} + \zeta_z \sigma_{xz} \\ \zeta_x \sigma_{yx} + \zeta_y \sigma_{yy} + \zeta_z \sigma_{yz} \\ \zeta_x \sigma_{zx} + \zeta_y \sigma_{zy} + \zeta_z \sigma_{zz} \\ \zeta_x \Omega_x + \zeta_y \Omega_y + \zeta_z \Omega_z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Reibungsterme in den viskosen Flußvektoren \hat{F}_v , \hat{G}_v und \hat{H}_v berechnen sich zu:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \sigma_{yy} &= -2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \sigma_{zz} &= -2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = -\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Die weiteren Elemente der Energiegleichung lauten:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \sigma_{xx} u + \sigma_{xy} v + \sigma_{xz} w - k \frac{\partial T}{\partial x}, \\ \Omega_y &= \sigma_{xy} u + \sigma_{yy} v + \sigma_{yz} w - k \frac{\partial T}{\partial y}, \\ \Omega_z &= \sigma_{xz} u + \sigma_{yz} v + \sigma_{zz} w - k \frac{\partial T}{\partial z}.\end{aligned}\tag{3.19}$$

Hierbei wird der Wärmestrom mit Hilfe des Fourier-Gesetzes berechnet. Bei der Herleitung des Spannungstensors tritt neben dem molekularen Viskositätskoeffizienten μ ein weiterer, sogenannter zweiter Viskositätskoeffizient λ , auf. Die Stokessche Hypothese liefert die Beziehung [118]:

$$\lambda = -\frac{2}{3} \mu\tag{3.20}$$

für die beiden Koeffizienten.

Gl 3.14 beschreibt formal fünf Gleichungen zur Bestimmung des Lösungsvektors $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T$. In den Herleitungen treten allerdings die weiteren Unbekannten p , T , μ und k auf. Zur Schließung des Gleichungssystems müssen deshalb weitere Annahmen über das strömende Medium gemacht werden.

Die Strömung wird als im lokalen thermischen Gleichgewicht befindlich angesehen. Dabei wird vom thermisch idealen Gas ausgegangen. Die entdimensionierte thermische Zustandsgleichung liefert die Beziehung:

$$p = \frac{1}{\kappa} \cdot \rho \cdot T,\tag{3.21}$$

mit dem Isentropenexponenten κ . Wird zusätzlich ein kalorisch ideales Gas angenommen, bei dem die spezifischen Wärmekapazitäten c_p und c_v konstant sind, so ergibt sich für die innere Energie e_i die Beziehung:

$$e_i = c_v T.\tag{3.22}$$

Werden zusätzlich die Beziehungen $c_p - c_v = R$, mit R der Gaskonstanten, und für den Isentropenexponenten $\kappa = c_p/c_v$, benutzt [8], ergibt sich der zur Schließung des Gleichungssystems benötigte Zusammenhang zwischen dem statischen Druck p und der totalen inneren Energie e zu:

$$e = \frac{p}{\kappa - 1} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2).\tag{3.23}$$

Die Viskosität μ und die Wärmeleitfähigkeit k werden ausschließlich als Funktion der Temperatur T und nicht in Abhängigkeit vom Druck p berechnet. Der Zusammenhang zwischen μ und T wird nach der Formel von Sutherland [6]

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S}{T + S}, \quad \text{mit } S = 110K, \quad (3.24)$$

approximiert. Gl 3.24 ist im Temperaturbereich von 100 K bis 1900 K gültig. Die Wärmeleitfähigkeit berechnet sich zu:

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0.85}. \quad (3.25)$$

Im folgenden Abschnitt werden die Quellterme beschrieben, die im bewegten Relativsystem des Rotors berücksichtigt werden müssen.

Quellterme für rotierendes System

Führt ein Teil der Geometrie, in der die Strömung berechnet wird, eine Bewegung aus, so ist es notwendig, den Strömungsvorgang nicht in einem ruhenden, raumfesten, dem Absolutsystem, zu beschreiben. Stattdessen wird die Strömung in einem körperfesten, dem Relativsystem, betrachtet. Im Falle von rotierenden Schaufelrädern in Strömungsmaschinen oder dem Turbinenradgaszähler führt das Relativsystem nur eine Drehung um eine feste Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω aus. Die Strömung verhält sich dann im Absolutsystem periodisch instationär, während sie im relativen System, abgesehen von instationären Schaufel-effekten, stationär ist [118]. Im allgemeinen Fall kann neben der Rotations- aber auch eine Translationsbewegung des bewegten Systems auftreten.

Bei der Rotation eines Körpers müssen zusätzliche Trägheitskräfte der Relativbeschleunigung, die im Quellterm \hat{S} zusammengefaßt sind, berücksichtigt werden. Dieses ist zum einen die Zentrifugalkraft \vec{F}_z , definiert als:

$$\vec{F}_z = \rho (\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) , \quad (3.26)$$

mit dem Ortsvektor $\vec{r} = (x, y, z)^T$ und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Die Zentrifugalkraft ist die Kraft, die ein mit dem rotierenden Körper mitbewegter Beobachter erfährt. Diese Kraft wirkt in Richtung des Radius \vec{r} .

Desweiteren wirkt die Corioliskraft \vec{F}_c . Sie ist definiert als:

$$\vec{F}_c = 2\rho (\vec{\omega} \times \vec{w}) , \quad (3.27)$$

mit der Relativgeschwindigkeit \vec{w} . Die Corioliskraft wirkt ebenfalls im rotierenden Bezugssystem, senkrecht zur Relativgeschwindigkeit des jeweiligen Körpers

im bewegten Bezugssystem in Richtung auf den Krümmungsmittelpunkt der Relativstromlinie hin.

In dieser Arbeit werden ausschließlich Laufräder behandelt, die sich um nur eine Raumachse, die x -Achse, drehen. Daraus resultiert:

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Die entdimensionierte Winkelgeschwindigkeit ω_x berechnet sich aus der Drehzahl N nach:

$$\omega_x = \frac{2\pi N l_{ref}}{a_0}. \quad (3.29)$$

Die Relativgeschwindigkeit $\vec{w} = (u_{rel}, v_{rel}, w_{rel})^T$ berechnet sich als Differenz der Absolutgeschwindigkeit $\vec{v}_{abs} = \vec{c}$ und der Umfangsgeschwindigkeit $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ aus:

$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_x z \\ \omega_x y \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Ferner gilt die Annahme, daß die Winkelgeschwindigkeit zeitlich konstant ist, d.h. die zeitliche Ableitung $\dot{\vec{\omega}} = 0$. Da die Quellterme in der Energiegleichung nur für zeitlich veränderliche Winkelgeschwindigkeiten Auswirkungen haben [65], können sie vernachlässigt werden.

Die obigen Voraussetzungen ergeben für den Quellterm \hat{S} in Gl. 3.14:

$$\hat{S} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2\rho w_{rel}\omega_x - \rho y\omega_x^2 \\ 2\rho v_{rel}\omega_x - \rho z\omega_x^2 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Gl. 3.31 verdeutlicht, daß eine Rotationsbewegung um die x -Achse lediglich die y - und z -Komponente der Impulsgleichungen beeinflußt.

Zusätzlich ändert sich die Definition der totalen inneren Energie e im rotierenden Referenzsystem zu [48, 51]:

$$e_{rel} = \frac{p}{\kappa - 1} + \frac{1}{2}\rho \left(u_{rel}^2 + v_{rel}^2 + w_{rel}^2 - \omega_x^2 y^2 - \omega_x^2 z^2 \right). \quad (3.32)$$

Die Größen Druck, Dichte und Temperatur bleiben beim Übergang vom Absolut- zum Relativsystem unverändert.

3.3 Diskretisierung

Die Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen beschreiben die instationären, dreidimensionalen Strömungen, die Gegenstand der Untersuchungen dieser Arbeit sind. Sie bilden ein System hyperbolischer Differentialgleichungen, das nicht auf analytischem Wege gelöst werden kann.

Eine Lösungsmöglichkeit besteht allerdings in der Anwendung numerischer Methoden, die iterativ eine Näherung der exakten Lösung des Differentialproblems liefern. Für die numerische Lösung der partiellen Differentialgleichung muß das Untersuchungsgebiet zunächst in ein Gitternetz diskreter Punkte in der Ebene der unabhängigen Variablen, im Fall der Navier-Stokes Gleichungen Raum und Zeit, unterteilt werden. In jedem Gitterpunkt werden die Differentialgleichungen dann durch Differenzengleichungen approximiert. Diese Überführung der kontinuierlichen in die diskrete Formulierung wird als Diskretisierung bezeichnet.

Die Durchführung der Diskretisierung erfordert neben der Definition der Geometrie und der Gittergenerierung, beschrieben in Kapitel 3.7, die genaue Beschreibung der Verteilung der Zustandsgrößen zwischen den Gitterpunkten und zwischen den gewählten Zeitschritten. Diese räumliche und zeitliche Diskretisierung hat erheblichen Einfluß auf die Konvergenz des Verfahrens, die die Näherung der numerischen Lösung an die exakte Lösung angibt.

3.3.1 Räumliche Diskretisierung

Die Diskretisierung im Raum kann durch unterschiedliche Klassen von Verfahren vorgenommen werden. In ACHIEVE ist die Finite-Volumen Methode, bei der das gesamte Strömungsgebiet durch ein strukturiertes Netz in einzelne Teilflächen (2-D) bzw. Teilvolumina (3-D) unterteilt wird, implementiert. Die Finite-Volumen Methoden zeichnen sich durch eine hohe Robustheit aus und haben den Vorteil, daß sie direkt im physikalischen Raum formuliert werden können [82]. Abb. 5 zeigt einen Ausschnitt aus einem zweidimensionalen strukturierten Gitter mit zellzentrierter Ausrichtung.

Der Zustandsvektor $Q_{i,j}$ ist eine über das Flächenelement $\tau = \Delta x \cdot \Delta y$ mit der Berandung A gemittelte Größe und somit in der gesamten Zelle konstant. Die Berechnung der Flüsse F und G erfolgt an den Berandungen der Kontrollfläche, bezeichnet mit $(i \pm 1/2)$ und $(j \pm 1/2)$, die geometrisch in der Mitte zwischen den entsprechenden Punkten lokalisiert sind. Die Diskretisierung der Grundgleichungen erfolgt konservativ, damit das Erhaltungsprinzip für Masse, Impuls und Energie auch in der diskretisierten Form gilt. Der Ausfluß einer Zelle ist gleich dem Einfluß der Nachbarzelle, so daß alle Flüsse im Inneren des Integrationsgebietes

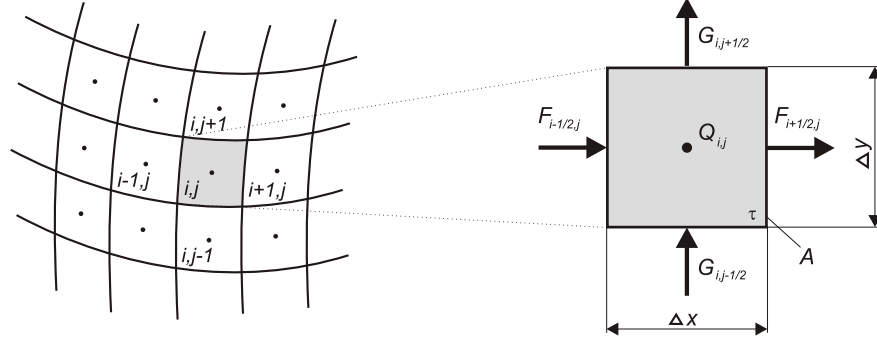


Abbildung 5: Diskretisierung und Flußbestimmung in 2-D

verschwinden. Dadurch wird die Finite-Volumen Diskretisierung dem Anspruch der globalen Konservativität gerecht [65].

Die Herleitung der eindimensionalen Euler Gleichungen

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (3.33)$$

in ihrer Differenzform illustriert die Konservativität der Finite-Volumen Methode.

Die zeitliche Änderung der konservativen Variable Q lautet in Differenzform:

$$\int_{\tau} Q_t d\tau \longrightarrow \frac{\Delta Q_{i,j}}{\Delta t} \cdot \Delta x \Delta y, \quad (3.34)$$

Für den vereinfachten Fall der eindimensionalen Strömung in x -Richtung ergibt die Flußbilanz der Zelle i, j :

$$\oint_A F \cdot \vec{n} dA \longrightarrow (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) \cdot \Delta y, \quad (3.35)$$

mit \vec{n} dem Normalenvektor der Berandungsflächen. Eine Bilanzierung der zeitlichen Änderung der konservativen Variable Q , dessen genaue Diskretisierung in Kapitel 3.3.2 behandelt wird, und der Flüsse F an den Zellgrenzen ergibt die Differenzform der eindimensionalen Euler Gleichungen:

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta t} + \frac{F_{i+1/2} - F_{i-1/2}}{\Delta x} = 0. \quad (3.36)$$

Gl. 3.36 ergibt sich ebenfalls, wenn die Differenzenbildung:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \longrightarrow \frac{\Delta Q_i}{\Delta t} \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial x} \longrightarrow \frac{F_{i+1/2} - F_{i-1/2}}{\Delta x} \quad (3.37)$$

auf die Divergenzform der Euler Gleichungen (Gl. 3.33) angewendet wird. Mit Hilfe dieses einfachen Beispiels wird gezeigt, daß die Integral- und Differenzform der

eindimensionalen Euler Gleichungen zur gleichen Differenzenform führen, wenn das Erhaltungsprinzip aufrecht erhalten wird. Analoge Betrachtungen mit dem gleichen Ergebnis können auch für zwei- und dreidimensionale Formulierungen durchgeführt werden.

Die stückweise konstante Verteilung des Zustandsvektors Q in jeder einzelnen Zelle führt zu Diskontinuitäten der Strömungsvariablen an den Zellrändern (Abb. 6).

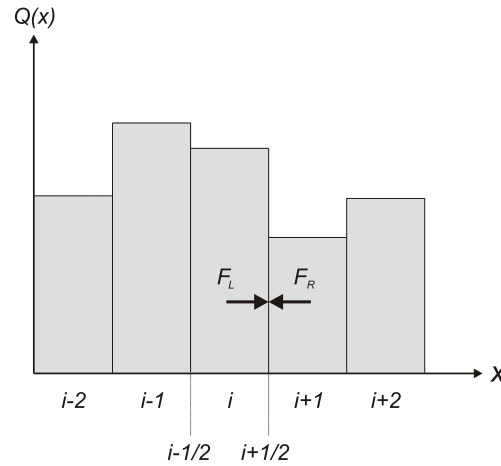


Abbildung 6: Stückerweise konstante Verteilung des Zustandsvektors Q für den eindimensionalen Fall

Für einen bestimmten Zeitpunkt t_n gilt:

$$Q(x, t_n) = \begin{cases} Q_i^n & \text{für } i - 1/2 < x < i + 1/2 \\ Q_{i+1}^n & \text{für } i + 1/2 < x < (i + 1) + 1/2 . \end{cases} \quad (3.38)$$

Die Zellzwischenwände trennen so die zwei unterschiedlichen Zustände Q_L und Q_R des Fluids. Gl. 3.38 beschreibt die Anfangsbedingungen des eindimensionalen Anfangswertproblems der Euler Gleichungen an jeder Zellgrenze. Dieses sogenannte Riemann-Problem ist nichtlinear und läßt sich nur iterativ lösen. Eine Lösungsmethode zur exakten Lösung des Riemann-Problems wurde zuerst von Godunov [41] vorgestellt. Bei hinreichend feiner Auflösung des numerischen Gitters gilt die Annahme, daß die Zustandsgrößen an den Zellgrenzen nur kleinen Änderungen unterworfen sind. Somit ist eine lokale Linearisierung des Riemann-Problems möglich. Ein direkter Bezug zu den Euler Gleichungen entsteht, wenn deren charakteristische Form betrachtet wird. Dazu wird die quasi-konservative Form der Euler Gleichungen

$$I \frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 , \quad (3.39)$$

mit I der Einheitsmatrix, durch eine Diagonaltransformation der Jacobi-Matrix $A = \partial F / \partial Q$ auf die Diagonalmatrix Λ mit den reellen Eigenwerten λ_i zurückgeführt. Die Jacobi-Matrix drückt dabei den funktionalen Zusammenhang zwischen der Änderung der Flüsse und der Änderung der Erhaltungsgrößen aus. Es folgt:

$$\Lambda = T^{-1}AT \quad \text{mit} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

und T der Eigenvektormatrix. Die Eigenwerte λ_i sind $(u, u+a, u-a)$ für $i = 1, 2, 3$. Mit der Definition der charakteristischen Variablen $W = T^{-1}Q$ ergibt sich die charakteristische Form der Euler Gleichungen:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial W}{\partial x} = 0. \quad (3.41)$$

Im Fall der Euler Gleichungen lassen sich die Eigenwerte λ_i als Ausbreitungsgeschwindigkeiten physikalischer Wellen deuten. Für den Fall der subsonischen Strömung bedeutet dies, daß λ_1 eine Entropiewelle konvektiver Geschwindigkeit und λ_2 und λ_3 jeweils akustische Wellen stromab und stromauf der Hauptströmungsrichtung repräsentieren. Die Berücksichtigung der physikalischen Informationsausbreitung geschieht in der numerischen Simulation durch die Verwendung sogenannter Upwind-Schemata.

Upwind-Schemata

Die Upwind-Verfahren berücksichtigen die Ausbreitungsrichtung der physikalischen Wellen, indem die Diskretisierung der konvektiven Flüsse entsprechend der physikalischen Informationsausbreitung erfolgt. Die Ortsdifferenzen werden jeweils aus der Richtung gebildet, aus der die Informationen längs der Charakteristiken transportiert werden. Aufgrund der Tatsache, daß bei Unterschallströmungen eine Charakteristik immer ein anderes Vorzeichen als die beiden anderen Charakteristiken hat, sollten bei einem Upwind-Verfahren sowohl Vorwärts- als auch Rückwärtsdifferenzen verwendet werden. Bei Überschallströmungen ist die Aufsplittung nicht notwendig, da alle Charakteristiken das gleiche Vorzeichen haben.

Zwei Konzepte, die sich etabliert haben, sind das Flux-Vector Splitting (FVS) und das Flux-Difference Splitting (FDS). Beim FVS wird der numerische Fluß F als Summe der Anteile F^+ und F^- aufgespalten. Die Eigenwerte der entsprechenden Jacobi-Matrizen $(\partial F^+ / \partial Q)$ und $(\partial F^- / \partial Q)$ sind nichtnegativ, bzw. nichtpositiv. Die FVS-Methode nach van Leer [75], die eine wesentliche Verbesserung des Verfahrens von Steger-Warming [117] darstellt, und die von Liou [77, 78] formulierte

sogenannte Advection Upstream Splitting Method (AUSM) sind in ACHIEVE implementiert.

Die van Leersche Methode eignet sich besonders gut zur Implementierung in impliziten Lösungsalgorithmen, hat allerdings den Nachteil einer hohen numerischen Dissipation in Grenz- und Scherschichten [65] und wurde deshalb im Rahmen dieser Arbeit nur zu Testzwecken benutzt.

Liou-Schema

Das Liou-Schema verknüpft die positive Eigenschaft der einfachen Formulierung und Implementierbarkeit der FVS-Methode mit einer hohen Genauigkeit, wie sie sonst bei der FDS-Methode erzielt wird. Die AUSM-Methode basiert auf einer Aufspaltung der reibungsfreien Flüsse in einen konvektiven und einen Druckteil. So werden die konvektiven ($\lambda = u$) und akustischen Wellenausbreitungen ($\lambda = u \pm a$) als zwei gekoppelte Prozesse betrachtet, die in der mathematischen Formulierung separat behandelt werden. Mit der Definition des Flusses \hat{F} in ξ -Richtung aus Gl. 3.15 folgt:

$$F = U_\xi \phi + p \Xi = U_\xi \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ (e + p) \end{pmatrix} + p \frac{1}{J} \begin{pmatrix} 0 \\ \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_z \\ -\xi_t \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Mit der gemittelten kontravarianten Geschwindigkeit $\tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}}$ und dem gemittelten Druck $\tilde{p}_{i+\frac{1}{2}}$ definiert sich der Fluß an der Zellgrenze zu:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = \tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}} \phi_{L,R} + \tilde{p}_{i+\frac{1}{2}} \Xi. \quad (3.43)$$

Der Vektor der konvektiven Terme $\phi_{L,R}$ wird entsprechend der sogenannten Signalgeschwindigkeit $\tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}}$ upwind diskretisiert:

$$\phi_{L,R} = \begin{cases} \phi_L, & \text{für } \tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ \phi_R, & \text{für } \tilde{U}_{\xi, i-\frac{1}{2}} < 0. \end{cases} \quad (3.44)$$

Die kontravariante Geschwindigkeit $\tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}}$ ist definiert als:

$$\tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}} = U_{\xi, L}^+ + U_{\xi, R}^-, \quad (3.45)$$

wobei die Aufteilung der kontravarianten Geschwindigkeit nach dem van Leer-Schema vorgenommen wird:

$$U_\xi^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2} a (M_\xi \pm |M_\xi|), & \text{für } |M_\xi| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4} a (M_\xi \pm 1)^2, & \text{für } |M_\xi| < 1. \end{cases} \quad (3.46)$$

Hierbei ist a die Schallgeschwindigkeit und $M_\xi = U_\xi/a$. Analog dazu berechnet sich der Druck am Zellrand zu:

$$\tilde{p}_{i+\frac{1}{2}} = p_L^+ + p_R^-, \quad (3.47)$$

mit:

$$p^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2} p (1 \pm \text{sign}(M_\xi)), & \text{für } |M_\xi| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4} p (M_\xi \pm 1)^2 (2 \mp M_\xi), & \text{für } |M_\xi| < 1. \end{cases} \quad (3.48)$$

Ein Nachteil dieses Verfahrens besteht in der Proportionalität der Dämpfung zur Signalgeschwindigkeit $\tilde{U}_{\xi, i+\frac{1}{2}}$ an der Zellgrenze. Für sehr kleine Signalgeschwindigkeiten ist das Verfahren deshalb nahezu ungedämpft. von Lavante und Yao [67] haben eine Modifikation des ursprünglichen Verfahrens vorgeschlagen. Zur Erhöhung der Dämpfung wird als Signalgeschwindigkeit die Mach-Zahl M_ξ benutzt. Desweiteren wird die Dichte mit in die Berechnung der Signalgeschwindigkeit an der Zellgrenze einbezogen. Somit ergibt sich die modifizierte Berechnung des Flußvektors an der Zellgrenze:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = (\rho M_\xi)_{i+\frac{1}{2}} \phi_{L,R}^m + p_{i+\frac{1}{2}} \Xi, \quad (3.49)$$

mit:

$$(\rho M_\xi)_{\frac{1}{2}} = \rho_L M_L^+ + \rho_R M_R^-. \quad (3.50)$$

Dabei steht $\phi^m = (a, ua, va, wa, ha)^T$ für den modifizierten Flußvektor.

Roe-Schema

Die häufig verwendete Methode des Flux-Difference Splitting wurde ursprünglich von Roe [99, 100] formuliert. Bei dieser Methode wird der numerische Fluß aufgespalten in einen zentral formulierten Flußanteil und einen Upwindterm. Der Upwindterm dient gleichzeitig als Dämpfung. Er eliminiert die numerischen Schwingungen, die durch den zentral formulierten Flußanteil entstehen.

Unter der Voraussetzung, daß an der Zellgrenze ein Durchschnittszustand \tilde{Q} existiert, der linear von der linken und rechten Zustandsgröße Q_L und Q_R abhängt, kann zur Bestimmung von $F_{i+1/2}$ an der Zellgrenze eine lineare Wellenzerlegung durchgeführt werden. Die quasi-konservative Form der Euler Gleichungen (Gl. 3.39) kann damit in linearisierter Form geschrieben werden als:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \tilde{A}(Q_L, Q_R) \frac{\partial F}{\partial x} = 0. \quad (3.51)$$

Die Durchschnittsmatrix $\tilde{A}(Q_L, Q_R) = \tilde{A}(\tilde{Q})$ approximiert die Jacobi-Matrix A an der Zellgrenze. Die Matrix \tilde{A} hat die folgenden Eigenschaften [65, 124]:

- $\tilde{A}(Q_L, Q_R)$ beschreibt eine lineare Abbildung von Q auf $F(Q)$.
- \tilde{Q} ist eine Funktion von Q_L und Q_R . Es gilt:

$$\tilde{A}(Q_L, Q_R) \rightarrow A(Q), \quad \text{wenn } Q_L \rightarrow Q_R \rightarrow Q,$$

womit die Konservativität des Schemas garantiert ist.

- Die Rankine-Hugoniot Sprungbedingung ist für alle Q_L, Q_R erfüllt.
- Die Eigenvektoren von \tilde{A} sind linear unabhängig und besitzen reale Eigenwerte.

Die Flußdifferenz über die Diskontinuität an der Zellgrenze kann durch

$$F_R - F_L = \sum \alpha_k \tilde{\lambda}_k \tilde{e}_k \quad (3.52)$$

beschrieben werden. Hierbei bezeichnet α_k die Amplitude der k -ten Welle, $\tilde{\lambda}_k$ deren Ausbreitungsgeschwindigkeit und \tilde{e}_k ist der zugehörige Eigenvektor. Somit kann der gesuchte Fluß an der Zellgrenze $i + 1/2$ aus beiden Ausbreitungsrichtungen wie folgt bestimmt werden:

$$F_{i+1/2} = F_L + \sum_{\tilde{\lambda}_k < 0} \alpha_k \tilde{\lambda}_k \tilde{e}_k \quad (3.53)$$

$$= F_R - \sum_{\tilde{\lambda}_k > 0} \alpha_k \tilde{\lambda}_k \tilde{e}_k \quad (3.54)$$

$$= \frac{1}{2} \left(F_L + F_R - \sum \alpha_k |\tilde{\lambda}_k| \tilde{e}_k \right), \quad (3.55)$$

Letztendlich ergibt sich der Fluß als Lösung des Riemann-Problems zu:

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} (F_L + F_R) - \frac{1}{2} |\tilde{A}| (Q_R - Q_L). \quad (3.56)$$

Auf eine genaue Darstellung der Roeschen Mittelung zwischen Q_R und Q_L und der einzelnen Koeffizienten des Dämpfungsterms $|\tilde{A}|(Q_R - Q_L)$ wird an dieser Stelle verzichtet und auf die Literatur [119] verwiesen.

Problematisch ist die Formulierung des numerischen Flusses, wenn ein Eigenwert λ der Matrix \tilde{A} gegen Null geht. In diesem Fall besteht die Flußformulierung ausschließlich aus einer zentralen Formulierung ohne Dämpfungsterm. Es können unphysikalische Lösungen auftreten, da die Richtung der Entropieänderung über eine Zellgrenze nicht festgelegt ist. Zusätzlich wird die Konvergenz, besonders die der impliziten Verfahren, herabgesetzt, da Elemente der Eigenwertmatrix $|\Lambda|$ nicht differenzierbar sind. Aus diesem Grunde wird der Roe-Löser in Verwendung

mit einer Entropiekorrektur benutzt. Für verschwindende Eigenwerte werden diese nach Harten [43] wie folgt modifiziert:

$$|\lambda^*| = \begin{cases} (|\lambda| & \text{für } |\lambda| > \varepsilon \\ \frac{\lambda^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} & \text{für } |\lambda| \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (3.57)$$

Die Verwendung des Entropiekorrekturfaktors ε erhöht die numerische Stabilität des Schemas bei gleichzeitiger Steigerung der numerischen Dissipation.

Erweiterung auf höhere Genauigkeit

Die hier beschriebenen Upwind-Verfahren zur Flußdiskretisierung haben lediglich eine räumliche Genauigkeit erster Ordnung ($O(\Delta x)$); sie sind damit sehr dissipativ und genügen nicht den heutigen technischen Ansprüchen.

Zur Erhöhung der räumlichen Genauigkeit bei der Flußberechnung entwickelte van Leer [73, 74] das sogenannte MUSCL-Verfahren (MUSCL - Monotonic Upstream Schemes for Conservation Laws). Dabei erfolgt die Bestimmung des links- bzw. rechtsseitig extrapolierten Zustandsvektors $Q_{L,R}$ an der Zellgrenze nicht durch Vorgabe der konstante Werte Q_i und Q_{i+1} der angrenzenden Zellen, sondern durch die Annäherung mittels eines Polynoms n -ten Grades. Die räumliche Ordnung des Schemas ist dann $(n+1)$ -ten Grades. Folglich ist zur Realisierung eines Schemas zweiter Ordnung ($O(\Delta x^2)$), dessen Genauigkeit den meisten praktischen Ingenieur Anwendungen genügt, eine lineare Extrapolation der Variablen auf die Zellgrenzen notwendig. Der Polynomansatz lautet:

$$\begin{aligned} Q_L^n &= Q_i^{n-1} + \frac{1}{4}\phi_i \left[(1 - \kappa)\Delta_i^- + (1 + \kappa)\Delta_i^+ \right]^{n-1}, \\ Q_R^n &= Q_{i+1}^{n-1} - \frac{1}{4}\phi_{i+1} \left[(1 + \kappa)\Delta_{i+1}^- + (1 - \kappa)\Delta_{i+1}^+ \right]^{n-1}, \end{aligned} \quad (3.58)$$

mit $\Delta_i^- = (Q_i - Q_{i-1})$ und $\Delta_i^+ = (Q_{i+1} - Q_i)$ sowie dem Schaltparameter ϕ und dem Diskretisierungsparameter κ . Die Indices n und $(n-1)$ bezeichnen dabei zwei aufeinanderfolgende Zeitschritte. Durch geeignete Wahl von ϕ und κ kann das Diskretisierungsschema variiert werden.

Für $\phi = 0$ ist das Schema erster Ordnung genau und es ergibt sich der Ansatz, daß die Zustandsvariablen in der gesamten Zelle konstant sind. Im Falle $\phi = 1$ bestimmt der Diskretisierungsparameter κ das Schema. Die folgenden Diskretisierungsschemata können dann realisiert werden:

- $\kappa = -1 \longrightarrow$ Upwind-Schema, zweiter Ordnung ($O(\Delta x^2)$),
- $\kappa = 0 \longrightarrow$ Fromm-Schema, Upwind verschoben, ($O(\Delta x^2)$),

- $\kappa = \frac{1}{3}$ \longrightarrow Upwind verschoben, dritter Ordnung ($O(\Delta x^3)$),
- $\kappa = 1$ \longrightarrow zentrales Differenzenschema, zweiter Ordnung ($O(\Delta x^2)$).

Im Fall der Upwind-Schemata mindestens zweiter Ordnung spielt der Parameter ϕ eine wichtige Rolle. Starke Änderungen des Zustandsvektors Q , wie sie im Falle von Stößen oder lokalen Extrema auftreten, können zu stark über- bzw. unterextrapolierten Werten auf der Zellgrenze führen. Auf diese Weise entstehen numerische Schwingungen, die mit Hilfe der sogenannten Limiterfunktion ϕ limitiert werden können. Die Limiterfunktion begrenzt dabei die Extrapolation zum Zellrand und wird lokal in Abhängigkeit der Zustandsgrößen berechnet. Dadurch wird bewirkt, daß [126]:

- keine Oszillationen in der Nähe lokaler Extrema auftreten,
- eine Genauigkeit mindestens zweiter Ordnung außerhalb lokaler Extrema erreicht wird,
- die Ortsgenauigkeit auf $O(\Delta x)$ in der Nähe lokaler Extrema beschränkt wird.

Diese Eigenschaften garantieren zusammen mit der Erfüllung der Entropiebedingung die Abnahme der Totalvariation (TVD - Total Variation Diminishing) [44] des Schemas beim Übergang vom Zeitschritt n zum Zeitschritt $(n+1)$.

Im Strömungslöser ACHIEVE sind der van Albada Limiter in seiner ursprünglichen [5] und der modifizierten, quadratischen Form nach von Lavante [67] sowie der einfache Minmod-Limiter [98] implementiert. In den ACHIEVE-Simulationen dieser Arbeit wurde der quadratische van Albada Limiter wegen seiner geringeren Dissipation im Vergleich zu den übrigen Limitern benutzt. Er ist definiert als:

$$\phi_i = \frac{2 \Delta_i^{-2} \Delta_i^{+2} + \varepsilon}{\Delta_i^{-4} + \Delta_i^{+4} + \varepsilon}, \quad \text{mit } \varepsilon \approx 1 \cdot 10^{-5}. \quad (3.59)$$

Außer den hier beschriebenen Limitern existieren noch eine Reihe weitere Limiterfunktionen, die in der Literatur [65, 97] dokumentiert sind.

Numerische Untersuchungen [62] haben gezeigt, daß mit dem Roe-Schema eine räumliche Genauigkeit zweiter Ordnung auf Kosten eines relativ hohen numerischen Aufwandes erreicht werden kann. Das Liou-Schema erreicht nicht ganz die Genauigkeit zweiter Ordnung im Raum, erfordert aber im Vergleich zum Roe-Schema erheblich weniger numerischen Aufwand. Mit dem van Leer-Schema wird nur eine Genauigkeit erster Ordnung realisiert. Da die räumliche Genauigkeit des

Lösers in der Simulation eine wesentliche Rolle spielt, wurde in den Simulationen dieser Arbeit das Roe-Schema zur Modellierung der Flüsse im konvektiven Anteil der Erhaltungsgleichung von Masse, Impuls und Energie benutzt. Die Implementierung des k - ω -Turbulenzmodells (vgl. Kap. 3.4) in ACHIEVE wurde allerdings mit dem Liou-Modell realisiert, da hier großer Wert auf die Verwendung einer Methode gelegt wurde, die den Kriterien einer einfachen Berechnung einerseits und einer hohen Genauigkeit andererseits entspricht.

Im folgenden Abschnitt 3.3.2 wird die zeitliche Diskretisierung der bestimmenden Gleichungen in ACHIEVE diskutiert.

3.3.2 Zeitliche Diskretisierung

Ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit ist die numerische Simulation instationärer Strömungsphänomene, die zum einen die Kopplung der beiden Stufen des Turbinenradgaszählers, als auch die Stator/Rotor Interaktionen beinhalten. Aus diesem Grunde ist es wichtig, eine Diskretisierung von hoher zeitlicher Genauigkeit zu wählen.

Die Diskretisierung der zeitlichen Änderung des Vektors Q_t kann durch explizite oder implizite Methoden [11, 86, 87, 88] vorgenommen werden. Sie unterscheiden sich im wesentlichen dadurch, daß bei der expliziten Methode die zu berechnenden Größen zum Zeitpunkt $(n + 1)$ ausschließlich in Abhängigkeit von Größen zum Zeitpunkt n berechnet werden, während implizite Schemata Größen des aktuellen Zeitpunktes $(n + 1)$ und dem vorangegangenen Zeitpunkt n berücksichtigen. Dieser Unterschied in der Diskretisierung hat wesentlichen Einfluß auf die Größe der realisierbaren Zeitschrittweite, die sich aus der sogenannten *CFL*-Bedingung, benannt nach Courant, Friedrich und Lewy [20], ergibt. Demnach ist notwendige Bedingung für die Konvergenz numerischer Lösungen von Anfangswertproblemen hyperbolischer, partieller Differentialgleichungen, daß der numerische Abhängigkeitsbereich eines Differenzschemas den Abhängigkeitsbereich der Differentialgleichung einschließt. Folglich müssen die charakteristischen Geschwindigkeiten λ , die den Abhängigkeitsbereich der Differentialgleichungen beschreiben, durch die numerischen Schrittweiten Δx in Raum und Δt in Zeit vollständig erfaßt werden. Daraus resultiert die Definition der sogenannten *CFL*-Zahl als:

$$CFL = \lambda \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (3.60)$$

Für Gleichungen mit mehreren charakteristischen Geschwindigkeiten, wie z.B. die Navier-Stokes Gleichungen, muß für λ der betragsmäßig größte Wert $(u + a)$ gewählt werden.

Durch eine von Neumannsche Stabilitätsanalyse [81] kann nachgewiesen werden, daß die CFL -Bedingung für explizite Schemata bei geeigneter Wahl der Ortsdiskretisierung für $CFL \leq 1$ erfüllt ist. Eine Analyse impliziter Schemata ergibt theoretisch uneingeschränkte Stabilität für alle CFL -Zahlen. Aufgrund dessen lassen sich relativ große Zeitschrittweiten bei Verwendung impliziter Methoden im Vergleich zu den Zeitschrittweiten bei expliziten Methoden realisieren.

Diesem Vorteil der impliziten Methoden stehen allerdings auch zwei wesentliche Nachteile entgegen. Die numerische Lösung eines implizit formulierten Schemas beinhaltet sehr rechen- und speicheraufwendige Operationen wie das Invertieren von Matrizen, die zu einer Erhöhung der effektiven Rechenzeit pro Zeitschritt beitragen. Desweiteren wird der wesentliche Aspekt der Zeitgenauigkeit zweiter Ordnung nur durch zusätzlichen Rechenaufwand für Subiterationen erreicht [52, 85].

In dieser Arbeit wurde die zeitliche Diskretisierung im Programm ACHIEVE mit einem explizit formulierten Lösungsalgorithmus realisiert. Dazu wurde das häufig angewandte Runge-Kutta Mehrstufenverfahren in seiner modifizierten Version benutzt. Dieses modifizierte Verfahren wurde gegenüber der ursprünglichen Methode derart verändert, daß nicht mehr jeder, sondern nur noch zwei Zwischenschritte gespeichert werden müssen. Mit der Definition des Residuums $R(Q)$:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial(F - F_v)}{\partial \xi} - \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \eta} - \frac{\partial(H - H_v)}{\partial \zeta} = -R(Q) , \quad (3.61)$$

ergibt sich für das vierstufige, modifizierte Runge-Kutta Schema [53]:

$$\begin{aligned} Q^1 &= Q^n - \alpha_1 \Delta t R(Q^n) , \\ Q^2 &= Q^n - \alpha_2 \Delta t R(Q^1) , \\ Q^3 &= Q^n - \alpha_3 \Delta t R(Q^2) , \\ Q^4 &= Q^n - \alpha_4 \Delta t R(Q^3) = Q^{n+1} , \end{aligned} \quad (3.62)$$

Die Koeffizienten α_i des Schemas wurden ursprünglich mit $\alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\alpha_2 = \frac{1}{3}$, $\alpha_3 = \frac{1}{2}$ und $\alpha_4 = 1.0$ für die Verwendung mit zentralen Differenzen angegeben. von Lavante [64] hat die Koeffizienten für den Gebrauch mit Upwind-Schemata optimiert und empfiehlt $\alpha_1 = 0.091$, $\alpha_2 = 0.24$, $\alpha_3 = 0.42$ und $\alpha_4 = 1.0$ für $\kappa = -1$ und $\alpha_1 = 0.11$, $\alpha_2 = 0.255$, $\alpha_3 = 0.46$ und $\alpha_4 = 1.0$ für $\kappa = 0$.

Die Konvergenz der expliziten Verfahren kann durch eine künstliche Beschleunigung verbessert werden. Dabei werden lokale Zeitschritte verwendet, die die größtmögliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in jeder Zelle ausnutzen. Die Lösung ist dann allerdings nicht mehr konsistent in der Zeit und kann deshalb nur für stationäre Strömungen oder die Initiierung eines Anfangszustandes benutzt werden.

Der Vorteil des lokalen Zeitschrittes ist besonders groß, wenn die Größe der Zellen in der Rechendomäne stark variiert, wie es bei einer fein aufgelösten Grenzschicht der Fall ist. Zudem existieren weitere Konvergenzbeschleunigungsverfahren wie die implizite Residuenglättung, die aber ebenfalls nur für stationäre Lösungen angewendet werden kann und deshalb hier nicht benutzt wurde.

Für die zeitgenaue Simulation der instationären Strömungseffekte muß die Zeitschrittweite Δt mindestens als räumlich konstant angenommen werden. Damit die Ergebnisse der Strömungsanalyse später einer Frequenzanalyse unterzogen werden können, sollte allerdings auch eine einfache Zuordnung jeden Zeitschrittes zu einer bestimmten physikalischen Zeit möglich sein. Deshalb wurden die instationären Simulationen zur Untersuchung der fluiddynamischen Kopplung der beiden Stufen des Zählers mit einem räumlich und zeitlich konstanten, d.h. einem festen Zeitschritt Δt durchgeführt.

3.4 Turbulenzmodellierung

Strömungen lassen sich grundsätzlich in laminare und turbulente Strömungen einteilen. Das charakteristische Merkmal einer turbulenten Strömung ist die Überlagerung der Hauptströmung mit einer Schwankungsbewegung in Längs- und Querrichtung zur Hauptströmungsrichtung. Diese Schwankungsbewegung sorgt für einen erhöhten Impulsaustausch insbesondere quer zur Hauptströmungsrichtung und verursacht beispielsweise eine gleichmäßigere Verteilung der Axialgeschwindigkeit einer Rohrströmung. An der Wand verschwinden diese Schwankungsbewegungen, so daß dort nur der Einfluß der Viskosität eine Rolle spielt. Daraus leitet sich auch der Name der viskosen Unterschicht in der Grenzschicht ab. Den turbulenten Strömungen können die folgenden Eigenschaften zugeordnet werden [95, 115]. Sie sind:

- unregelmäßig,
- dreidimensional,
- instationär,
- mischungsintensiv,
- wirbelbehaftet,
- dissipativ.

Die turbulenten Schwankungen sind unregelmäßig, weil komplizierte Variationen der Zustandsgrößen in Raum und Zeit auftreten, deren Betrachtung auf statistischem Wege erfolgt. Auch wenn die statistischen Mittelwerte ein- oder zweidimensional sind, so ist die turbulente Schwankungsbewegung immer dreidimensional und instationär. Die hohe Mischungsintensität begründet sich in dem hohen Impulsaustausch aufgrund der Schwankungsbewegungen. Die turbulenten Strömungen sind wirbelbehaftete Strömungen, in denen die Geschwindigkeitsschwankungen auf immer kleinere Strömungselemente übertragen werden. Findet aus der Hauptströmung keine Energiezufuhr in die Turbulenzbewegung statt, so wird die kinetische Energie der Turbulenzbewegung durch viskose Schubspannungen dissipiert.

Die numerische Simulation technisch relevanter turbulenter Strömungen mit großer Reynolds-Zahl ist zur Zeit nur mit Hilfe sogenannter Turbulenzmodelle möglich, da die exakte Auflösung der turbulenten Schwankungsbewegungen mit den heutigen Rechnern noch nicht in angemessenen Zeiträumen bewerkstelligt werden kann. Ausgehend von der Annahme, daß die kleinsten aufzulösenden turbulenten Elemente etwa $1/1000$ der Größe des Strömungsgebietes betragen [95], ergibt sich, daß ein dreidimensionales Rechengitter aus mindestens 1000 Millionen (10^9) Gitterpunkten bestehen müßte. Die Simulation auf derartig großen Gittern ist derzeit allerdings noch nicht realisierbar. Heutzutage werden Annäherungen an die sogenannte direkte numerische Simulation (DNS) auf Rechnernetzen mit nur mehreren Millionen Gitterpunkten für Reynolds-Zahlen kleiner 1000 durchgeführt. Die Ergebnisse dienen der Erforschung der turbulenten Strömung und werden zur Verbesserung der Turbulenzmodellierung eingesetzt.

Bei den in der Praxis eingesetzten Turbulenzmodellen werden zusätzlich zu den Navier-Stokes Gleichungen unter Zuhilfenahme von empirischen Korrelationen Gleichungen zur Bestimmung der turbulenten Schwankungsgrößen aufgestellt. Diese Gleichungen stellen das Turbulenzmodell dar. Sie approximieren das Verhalten der Turbulenz näherungsweise. Die Qualität des Turbulenzmodells hängt von der Genauigkeit der Näherung und der Breite der Anwendbarkeit der Gleichungen ab.

3.4.1 Reynolds Gleichungen

Als Ausgangspunkt der Turbulenzmodellierung wird die erstmals im Jahre 1894 von Osborne Reynolds formulierte Betrachtungsweise der turbulenten Strömung benutzt. Reynolds unterteilte die physikalischen Größen in einer turbulenten Strömung in eine geordnete Grundströmung und eine ungeordnete, stochastische Schwankungsbewegung. Eine physikalische Zustandsgröße E läßt sich dann

folgendermaßen schreiben:

$$E(x, y, z, t) = \bar{E}(x, y, z, t) + E'(x, y, z, t), \quad (3.63)$$

wobei \bar{E} den Mittelwert und E' den Schwankungswert der Zustandsgröße bezeichnen. Im Falle einer statistisch stationären Strömung (Abb. 7a) wird der Mittelwert \bar{E} nach

$$\bar{E}(x, y, z, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} E(x, y, z, t) dt \quad (3.64)$$

berechnet. Im Falle einer statistisch instationären Strömung (Abb. 7b) ist die Mittelung nach Gl. 3.64 nicht sinnvoll. Stattdessen wird der sogenannte Ensemble-Mittelwert

$$\bar{E}(x, y, z, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E_k(x, y, z, t) \quad (3.65)$$

eingeführt.

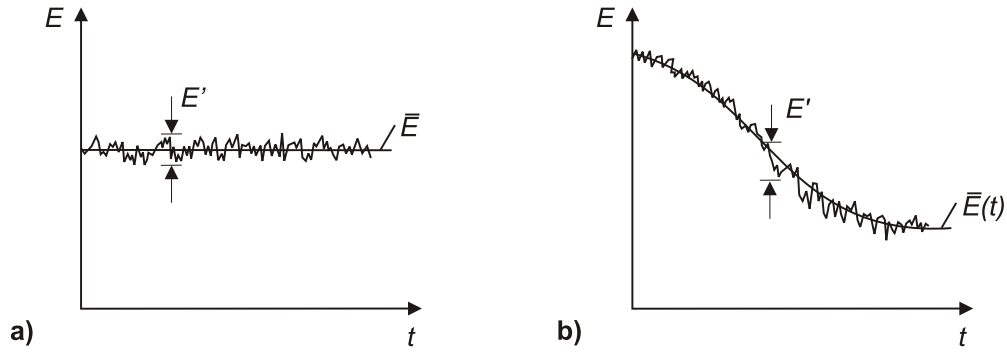


Abbildung 7: Mittelwertbildung einer turbulenten Strömung für a) den stationären und b) den instationären Fall

Bei der Berechnung von Strömungen kompressibler Fluide wird eine Dichte gewichtete Mittelung, die sogenannte Favre-Mittelung der Zustandsgrößen, verwendet. Dafür gilt:

$$\tilde{E} = \frac{\overline{\rho E}}{\bar{\rho}}. \quad (3.66)$$

Damit ergibt sich als neue Definition für die turbulente Zustandsgröße in massengewichteter Form:

$$E = \tilde{E} + E'' . \quad (3.67)$$

Es werden allerdings nur die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w sowie die thermischen Variablen h, T, H , mit der Totalenthalpie ($H = h + \frac{1}{2}[u^2 + v^2 + w^2]$) als

massengemittelte Größen betrachtet. Dichte ρ und Druck p werden in der herkömmlichen Weise behandelt. Die formale Aufspaltung der Zustandsgrößen und das Einsetzen in die Navier-Stokes Gleichungen ergeben die Reynolds Gleichungen [7] als Erhaltungsgleichungen für Masse:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (3.68)$$

Impuls:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\tau}_{i,j} - \overline{\rho u_i'' u_j''} \right), \quad (3.69)$$

mit

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_k} \right] \quad (3.70)$$

und Energie:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{H})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{H} + \overline{\rho u_j'' H''} - k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{u}_i \bar{\tau}_{ij} + \overline{u_i'' \tau_{ij}} \right). \quad (3.71)$$

Der Term $\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ stellt in laminaren Strömungen einen Impulstransport dar. Wie schon aus der rechten Seite von Gl. 3.69 zu erkennen ist, wird dieser Impuls im Falle der turbulenten Strömung um den Betrag $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ erhöht. Die Korrelationen $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ stellen also einen Impulstransport durch turbulente Schwankungsbewegungen dar und rufen an der Fläche mit der Normalen in i -Richtung eine Kraft in j -Richtung hervor. Diese Korrelationen werden als turbulente Spannungen oder auch Scheinspannungen bezeichnet. Da Reynolds diese Spannungen aus den Bewegungsgleichungen hergeleitet hat, sind sie auch als Reynolds Spannungen bekannt.

Wegen des Auftretens der zusätzlichen Unbekannten $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$, den turbulenten Spannungen, ist das zeitlich gemittelte Gleichungssystem nicht mehr geschlossen. Um dieses sogenannte Schließungsproblem der turbulenten Strömung zu lösen, müssen mit Hilfe empirischer Informationen Zusammenhänge zwischen den Reynolds Spannungen und den Größen der Grundströmung hergestellt werden. Dazu wurden in der Vergangenheit verschiedene Turbulenzmodelle entwickelt, die sich in folgende Klassen unterteilen lassen:

- Wirbelviskositätsmodelle:
 - algebraische Modelle,
 - Eingleichungsmodelle,

- Zweigleichungsmodelle,
- Reynolds Spannungsmodelle,
- Large Eddy Simulation (LES).

Die Ein- und Zweigleichungsmodelle sowie die Reynolds Spannungsmodelle können auch zu den Differentialgleichungsmodellen zusammengefaßt werden, weil hier mindestens eine Transportdifferentialgleichung zur Berechnung der turbulenten Schwankungsbewegungen gelöst wird.

3.4.2 Wirbelviskositätsmodelle

Bei den Wirbelviskositätsmodellen wird die Kopplung der turbulenten Schwankungsgrößen mit dem Zustand der Hauptströmung über die Boussinesqsche Formulierung der Reynolds Spannungen vollzogen. In Anlehnung an den Impulsaustausch in laminaren Strömungen werden die Reynolds Spannungen proportional zur Scherung der Hauptströmung gesetzt. Es gilt:

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\mu_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} k \right), \quad (3.72)$$

mit

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u''^2} + \overline{v''^2} + \overline{w''^2}) \quad (3.73)$$

der turbulenten kinetischen Energie. Der Proportionalitätsfaktor μ_t wird als Wirbelviskosität bezeichnet und stellt, anders als die kinematische Viskosität eines Fluids, keine Stoffkonstante, sondern eine variable, zu berechnende Größe dar. Die Wirbelviskosität beschreibt den diffusiven Impulstransport infolge der feinskaligen turbulenten Wirbelbewegungen und wird zur laminaren Viskosität hinzuaddiert. Die Vorgehensweise des Boussinesq-Ansatzes impliziert allerdings die Annahme isotroper Turbulenz, was in der Praxis höchstens näherungsweise erfüllt ist. Durch Gl. 3.72 wird das Schließungsproblem zur Bestimmung der sechs Unbekannten Reynolds Spannungen auf die Bestimmung der Wirbelviskosität verlagert. Eine Dimensionsanalyse zeigt, daß die Wirbelviskosität μ_t dem Produkt aus einer Geschwindigkeit und einer Länge entspricht [37]:

$$\mu_t \propto v_t l_t, \quad (3.74)$$

wobei v_t eine für die Turbulenz charakteristische Geschwindigkeit und l_t eine charakteristische Turbulenzlänge sind. Für die Berechnung der Wirbelviskosität ist also die Kenntnis einer charakteristischen Länge und einer charakteristischen Geschwindigkeit der Turbulenzbewegung notwendig. Diese beiden Turbulenzgrößen

sind von stromaufliegenden Zuständen der Strömung abhängig und können demnach durch die Lösung zweier gekoppelter Transportgleichungen berechnet werden. Desweiteren kann μ_t auch allein aus algebraischen Beziehungen oder aber auch aus der Kombination einer Differentialgleichung für die eine turbulente Größe und algebraischer Beziehungen für die andere turbulente Größe berechnet werden.

Nachfolgend wird die Methodik der algebraischen Modelle und der Eingleichungsmodelle kurz erläutert, bevor die Zweigleichungsmodelle, speziell das zur Simulation der Turbulenz in dieser Arbeit verwendete $k-\omega$ -Turbulenzmodell, ausführlich beschrieben werden.

Algebraische Modelle

Die algebraischen Turbulenzmodelle werden auch als „Nullgleichungsmodelle“ bezeichnet, weil sie keine Differentialgleichung, sondern nur algebraische Beziehungen zur Berechnung der turbulenten Viskosität μ_t benutzen. Die Berechnung der turbulenten Viskosität erfolgt auf der Basis der Prandtlschen Mischungswegformel

$$\mu_t = \rho l_{Pr}^2 |\omega|, \quad (3.75)$$

mit dem Betrag der Wirbeldichte:

$$|\omega| = \sqrt{\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{w}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}\right)^2}. \quad (3.76)$$

Der Einführung der Mischungsweglänge l_{Pr} liegt dabei die Überlegung zu Grunde, daß sich einheitlich bewegende Fluidmassen als sogenannte Turbulenzballen zusammenschließen und sich über einen Abstand l_{Pr} bewegen, ohne sich zu verändern. Anschließend vermischt sich der Turbulenzballen mit der Umgebung und verliert seine Identität [115].

Die Annahme, daß der Turbulenzballen über der Strecke l_{Pr} nicht mit der Umgebung interagiert und sich nicht verändert, impliziert die nur sehr ungenaue Beschreibung der Scherturbulenz durch die algebraischen Modelle. Die Berechnung der Reynolds Spannungen erfolgt hier nur in Abhängigkeit des lokalen Geschwindigkeitsfeldes, während in der Realität die Geschichte des Geschwindigkeitsfeldes Einfluß auf die Spannungen ausübt. Deshalb ist eine Beschreibung der turbulenten Schwankungsbewegungen mit Transportgleichungen sinnvoller.

Zu den bekanntesten und weit verbreitetsten algebraischen Turbulenzmodellen gehören das Zweischicht-Modell nach Cebeci-Smith [18] und das Baldwin-Lomax Modell [10]. Die Berechnung der turbulenten Viskosität basierend auf der Prandtlschen Mischungswegformel wird dabei im inneren Bereich der Grenzschicht mit

Hilfe der van Driestischen Dämpfungsfunktion korrigiert. Im äußeren Bereich wird das Abfallen der Wirbelviskosität mit dem Intermittenzfaktor nach Klebanoff beschrieben. Zusätzlich muß beim Cebecci-Smith Modell die Grenzschichtdicke zur Bestimmung der Viskosität in der äußeren Schicht berechnet werden. Der dadurch entstehende Rechenaufwand wird in dem neueren Modell nach Baldwin-Lomax durch Einführung einer zusätzlichen Funktion vermieden.

Insbesondere das Baldwin-Lomax Modell läßt sich aufgrund des Fehlens der Transportgleichungen relativ einfach in bestehende Strömungslöser einbauen. Die ausschließliche Abhängigkeit der Wirbelviskosität von Hauptströmungsgrößen beinhaltet aber die Vernachlässigung von Vorgeschichtseffekten, was zu einer unzureichenden Modellierung von Strömungen mit Druckgradienten führt [28].

Eingleichungsmodelle

Die Eingleichungsmodelle basieren auf der Annahme, daß die turbulente kinetische Energie k wie eine skalare Zustandsgröße durch das Strömungsfeld transportiert wird. Im Vergleich zu den algebraischen Modellen steigern die Eingleichungsmodelle die Genauigkeit der Simulationsergebnisse in Strömungen mit Druckgradienten. Bekannte Eingleichungsmodelle sind das Baldwin-Barth Modell [122] und das Spalart-Allmaras Modell [112], das von Eulitz [28] bereits zur Transitionsmodellierung modifiziert wurde.

Prandtl stellte 1945 auf der Basis der turbulenten Energiegleichung erstmals eine Transportdifferentialgleichung für die turbulente kinetische Energie k auf [37]. Damit wird der Entwicklung von k an einer bestimmten Stelle des Strömungsfeldes Rechnung getragen. Die Wirbelviskosität berechnet sich dabei aus der turbulenten kinetischen Energie zu:

$$\mu_t = C_k \rho l k^{\frac{1}{2}}, \quad (3.77)$$

wobei C_k eine Schließungskonstante und l ein turbulentes Längenmaß ist.

Dieses Verfahren beinhaltet, wie schon die algebraischen Modelle, den Nachteil, daß das turbulente Längenmaß l ausschließlich durch lokale Zustandsgrößen festgelegt ist. Andererseits stellen die Eingleichungsmodelle gegenüber den algebraischen Modellen eine verbesserte und universellere Beschreibung der turbulenten Schwankungsbewegungen dar. Durch die Lösung nur einer partiellen Differentialgleichung und der Tatsache, daß die Wirbelviskosität flachere Gradienten an der Wand aufweist als die turbulente kinetische Energie oder die Dissipationsrate, zeichnet sich besonders das Spalart-Allmaras Modell in der praktischen Anwendung durch eine einfache Handhabung und eine große numerische Robustheit gegenüber den Zweigleichungsmodellen aus.

Zweigleichungsmodelle

Für die Berechnung der Wirbelviskosität nach Gl. 3.74 ist die Kenntnis einer charakteristischen Länge und einer charakteristischen Geschwindigkeit der Turbulenzbewegung notwendig. Da beide Turbulenzgrößen von stromaufliegenden Ereignissen bestimmt werden, ist die Verwendung zweier Transportgleichungen der allgemeinste Ansatz in einem Wirbelviskositätsmodell. Mit der Verwendung eines Zweigleichungsmodells wird eine empirische Vorgabe von Geschwindigkeits- und Längenmaß vermieden; die notwendige empirische Information muß hier allerdings in die Terme der verwendeten Transportgleichungen einfließen.

Das Ziel aller Zweigleichungsmodelle ist, die Allgemeingültigkeit gegenüber den algebraischen und Nullgleichungsmodellen zu erhöhen und somit die Berechnung verschiedenartiger und komplexerer Strömungen ohne wesentliche Variationen des Modells und seiner Konstanten zu erfassen. In der Praxis kann dieses Ziel allerdings nur zum Teil erreicht werden. Die grundlegende Annahme der Wirbelviskosität bei Zweigleichungsmodellen setzt dem Ziel der Allgemeingültigkeit Grenzen. Alle physikalischen Effekte, die zum Beispiel durch eine Anisotropie der turbulenten Spannungen verursacht werden, können aufgrund der Boussinesqschen Annahme nicht von einem Wirbelviskositätsmodell erfaßt werden.

Für die Bestimmung des Längen- und Geschwindigkeitsmaßes müssen nicht notwendigerweise Transportgleichungen für genau diese Größen gelöst werden. Die Variablen der beiden Transportgleichungen können prinzipiell aus dem Produkt beliebiger Potenzen des Geschwindigkeits- und Längenmaßes gebildet werden. Bei fast allen Zweigleichungsmodellen wird jedoch die turbulente kinetische Energie k als Variable einer Transportdifferentialgleichung gewählt. Die exakte Transportgleichung für diese Größe ist nicht sehr komplex und stellt somit einen geeigneten Ausgangspunkt bei der Erstellung einer Modellgleichung für k dar. Unter Berücksichtigung der Wirbelviskositätsannahme müssen nur für den Diffusions- und Dissipationsterm geeignete Modellansätze gefunden werden.

Kolmogorov [57] führte 1942 das erste vollständige Turbulenzmodell ein. Er stellte eine zweite Differentialgleichung für den Parameter ω auf, den er als „Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie pro Volumen und Zeiteinheit“ definierte. In den letzten Jahrzehnten wurden einige andere Kombinationen von k und dem turbulenten Längenmaß als Variable für die zweite Transportgleichung eingeführt. Die folgende Tab. 2 listet einige wesentliche Kombinationen mit dem dazugehörigen Modellnamen auf.

Von den hier aufgelisteten Modellen ist das k - ϵ -Modell das wohl am häufigsten verwendete und gilt als Standardmodell in der externen Aerodynamik. Ein Nachteil dieses Modells besteht allerdings in der exzessiven Turbulenzproduktion im Staupunkt und der unzureichenden Wiedergabe von Strömungen mit hohem Druckgradienten, da Ablösungen stark unterdrückt werden. Ein weiteres

Tabelle 2: Überblick über die Zweigleichungsmodelle

Modellname	Variable	Bedeutung	Einheit	Autor
$k - \epsilon$	$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l}$	Dissipationsrate	$\frac{m^2}{s^3}$	Launder, Spalding [60], Jones, Launder [54]
$k - \omega$	$\omega = \frac{k^{1/2}}{l}$	spezifische Dissipationsrate	$\frac{1}{s}$	Kolmogorov [57] Wilcox [120, 121]
$k - \tau$	$\tau = \frac{l}{k^{1/2}}$	Dissipationszeit	s	Speziale et al. [114]
$k - \zeta$	$\zeta = \frac{k}{l^2}$	Enstrophy	$\frac{1}{s^2}$	Robinson, Hassan [94]
$k - l$	l	Längenmaß	m	Rodi, Spalding [96], Rotta [101]

wichtiges Modell ist das im Rahmen dieser Arbeit im Strömungslöser ACHIEVE eingesetzte k - ω -Modell, das besonders von Wilcox [121] entscheidend weiterentwickelt wurde. Es gilt als Standardmodell in der Turbomaschinen-aerodynamik. Mit dem k - ω -Modell können Strömungen mit Druckgradienten besser wiedergegeben werden als mit dem k - ϵ -Modell. Im Vergleich zu den anderen Zweigleichungsmodellen hat das k - ω -Modell den Vorteil, daß eine Dämpfungsfunktion in Abhängigkeit der turbulenten Reynolds-Zahl Re_t berechnet wird. Dadurch ist, wie in einigen Modellen erforderlich, die Berechnung des Abstandes normal zur Wand nicht notwendig. Desweiteren besitzt das Gleichungssystem eine nichttriviale laminare Lösung für ω , wenn die turbulente kinetische Energie verschwindet ($k \rightarrow 0$), und ist deshalb auch zur Berechnung von Strömungen mit geringen Geschwindigkeiten geeignet [125].

Das in ACHIEVE implementierte k - ω -Modell nach Wilcox wird im folgenden Abschnitt ausführlicher beschrieben.

k - ω -Turbulenzmodell

In Anlehnung an Gl. 3.72 wird die turbulente Spannung nach dem Prinzip der Wirbelviskosität berechnet. In dieser Arbeit wurde zur Berechnung des Reynoldsschen Spannungstensors $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ das von Craft et al. entwickelte und von Sofialidis et al. [111] erfolgreich getestete quadratische Modell benutzt. Die Reynoldssche Spannung wird dabei aus einem isotropen und einem deviatorischen, nichtlinearen Anteil als Funktion der turbulenten Viskosität μ_t , dem Verzerrungstensor S_{ij}

und der Wirbelstärke Ω_{ij} ausgedrückt. Es gilt:

$$\begin{aligned} -\overline{\rho u_i'' u_j''} &= \frac{\mu_t}{Re_0} S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \\ &\quad - \frac{\mu_t}{Re_0^2} \frac{1}{\omega} c_I \left(S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \\ &\quad - \frac{\mu_t}{Re_0^2} \frac{1}{\omega} c_{II} (\Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki}) \\ &\quad - \frac{\mu_t}{Re_0^2} \frac{1}{\omega} c_{III} \left(\Omega_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} \Omega_{lk} \Omega_{lk} \delta_{ij} \right), \end{aligned} \quad (3.78)$$

mit dem Verzerrungstensor S_{ij} und der Wirbelstärke Ω_{ij} definiert als:

$$S_{ij} \equiv \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} \equiv \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right),$$

und den Konstanten

$$c_I = -0.1, \quad c_{II} = 0.1, \quad c_{III} = 0.26.$$

Werden nur die ersten beiden Summanden der Gl. 3.78 verwendet, ergibt sich das lineare k - ω -Modell. Bei Verwendung aller Terme resultiert das quadratische k - ω -Modell.

Die Wirbelviskosität μ_t ergibt sich als Funktion der turbulenten kinetischen Energie k und der spezifischen Dissipation ω zu:

$$\mu_t = c_\mu f_\mu \frac{\rho k}{\omega}. \quad (3.79)$$

Die hier auftretenden Unbekannten, die turbulente kinetische Energie k und die spezifische Dissipation ω werden in ihrer entdimensionierten Form

$$k^* = \frac{k}{a_0^2}, \quad \omega^* = \frac{\omega \mu_0}{\rho_0 a_0^2}, \quad (3.80)$$

unter Zuhilfenahme von empirischen Informationen in zwei zusätzlichen Transportgleichungen gelöst. Im folgenden wird wiederum auf den Index * der entdimensionierten Variablen verzichtet. Die entdimensionierte k - und ω -Gleichung lauten nach Wilcox [121]:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial t} + \frac{\partial F_k}{\partial x} + \frac{\partial G_k}{\partial y} + \frac{\partial H_k}{\partial z} = S_k. \quad (3.81)$$

mit:

$$Q_k = \begin{pmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{pmatrix}, \quad S_k = \begin{pmatrix} P_k - Re_0 \beta_k \rho k \omega \\ \beta_{\omega 1} P_k \frac{\omega}{k} - Re_0 \beta_{\omega 2} \rho \omega^2 \end{pmatrix},$$

$$F_k = \begin{pmatrix} \rho u k - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x} \\ \rho u \omega - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad G_k = \begin{pmatrix} \rho v k - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial y} \\ \rho v \omega - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial y} \end{pmatrix},$$

$$H_k = \begin{pmatrix} \rho w k - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial z} \\ \rho w \omega - \frac{1}{Re_0} (\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

Die Produktion turbulenter kinetischer Energie P_k , die turbulente Reynolds Zahl Re_t , die universelle Wandschicht-Funktion f_μ und die übrigen empirischen Variablen sind definiert als:

$$P_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}, \quad f_\mu = \frac{0.025 + (Re_t/6.0)}{1.0 + Re_t/6.0},$$

$$c_\mu = \beta_k \frac{0.278 + (Re_t/8.0)^4}{1.0 + (Re_t/8.0)^4}, \quad \beta_{\omega 1} = 0.556 \frac{0.1 + (Re_t/2.7)}{1.0 + Re_t/2.7} \frac{1}{f_\mu}.$$

$$\beta_k = 0.09, \quad \beta_{\omega 2} = 0.075, \quad \sigma_k = 1/2, \quad \sigma_\omega = 1/2.$$

Bei der Implementierung des Turbulenzmodells wurde großer Wert auf die Genauigkeit und eine einfache numerische Berechnung gelegt. In ACHIEVE wurde ein Kompromiß zwischen diesen beiden Eigenschaften geschlossen. Das in Kapitel 3.3.1 beschriebene Liou-Schema, das einerseits eine hohe Genauigkeit erzielt, aber andererseits weniger numerischen Aufwand erfordert als das Roe-Schema, wurde deshalb zur Diskretisierung des Turbulenzmodells benutzt.

Neben den Wirbelviskositätsmodellen existieren noch weitere Arten von Turbulenzmodellen. Dieses sind die Reynolds Spannungsmodelle und die Large Eddy Simulation (Grobstruktursimulation), die im folgenden Kapitel 3.4.3 kurz beschrieben werden.

3.4.3 Reynolds Spannungsmodelle und Large Eddy Simulation

Bei den Reynolds Spannungsmodellen wird für jeden Term des Spannungstensors eine eigene Transportdifferentialgleichung aufgestellt und modelliert oder eine eigene algebraische Beziehung aufgestellt. Damit wird die Anisotropie der turbulenten Schwankungsbewegungen berücksichtigt. Diese Verfahren werden auch als Schließungsmodelle zweiter Ordnung bezeichnet, weil die Differentialgleichungen jeweils Bilanzen zur Berechnung von Korrelationen zwischen zwei Schwankungsgrößen aufstellen [37, 113]. Die Reynolds Spannungsmodelle sind aufgrund der genauen Modellierung des Spannungstensors sehr komplex und beinhalten einen

sehr hohen Implementierungs- und Rechenaufwand. Sie haben allerdings den Vorteil einer höheren Genauigkeit und Allgemeingültigkeit gegenüber den Wirbelviskositätsmodellen, da sie die physikalischen Eigenschaften der Turbulenz besser abbilden können [103].

Aus dem Anwendungsbereich der Meteorologie entstammt die Methode der Grobstruktursimulation [31], bei der große, energiereiche Wirbelstrukturen durch das Gitter aufgelöst und mit den Navier-Stokes Gleichungen berechnet werden, während kleinere, energiearme Wirbelstrukturen modelliert werden. Die Beschreibung der kleineren Wirbelstrukturen erfolgt durch ein sogenanntes Subgrid-Scale (SGS) Modell. Dabei wird die Turbulenz unter einer durch einen Filter festgelegten Skala als isotrop angenommen und modelliert. Ein weit verbreitetes Subgrid Modell ist das von Smagorinsky [110], in dem die turbulenten Spannungen proportional zur Deformationsrate des Strömungsfeldes gesetzt werden.

Ein wesentlicher Schwachpunkt der Grobstruktursimulation ist der heutzutage nicht praktikable Rechenaufwand, der circa 1% bis 5% einer direkten numerischen Simulation betragen kann [28]. Deshalb ist die LES aufgrund der hohen Auflösungsanforderungen derzeit für viele Anwendungsfälle mit hohen Reynoldszahlen, wie sie beispielsweise in Turbomaschinenströmungen auftreten, nicht praktikabel. Im Zeitalter der stetig wachsenden Rechenkapazitäten wird der LES allerdings ein gutes Entwicklungspotential in der Simulation von Strömungen kleinerer Reynolds-Zahlen zugeschrieben.

Der Überblick über die Turbulenzmodelle und die Möglichkeit der direkten numerischen Simulation zeigt, daß in der Praxis ein Kompromiß zwischen der geforderten Genauigkeit des Turbulenzmodells und der verfügbaren Rechenkapazitäten bzw. der Zeitvorgaben geschlossen werden muß. Mit der DNS oder einem Reynolds Spannungsmodell könnten die turbulenten Schwankungsbewegungen der Strömung durch den Turbinenradgaszähler theoretisch am genauesten beschrieben werden. In der praktischen Anwendung sind beide Verfahren im Rahmen der Simulation des Turbinenradgaszählers aber nicht realisierbar, da die Geometrie derart komplex ist, daß das Gitter für eine DNS eine sinnvolle Anzahl von Gitterpunkten um Größenordnungen überschreiten würde. Der Implementierung eines Reynolds-Spannungsmodells steht der hohe Implementierungsaufwand und der im Verhältnis zu den Wirbelviskositätsmodellen viel zu hohe Rechenaufwand gegenüber. Von größerer Bedeutung ist die Berücksichtigung von Vorgeschichtseffekten und die Fähigkeit, Strömungen mit Druckgradienten zu erfassen. Aus diesem Grunde erschien die Wahl des k - ω -Zweigliedungsmodells sinnvoll, da hier ein guter Kompromiß zwischen der genauen Abbildung der Realität und einem vertretbaren Rechen- und Implementierungsaufwand gefunden wurde.

3.5 Randbedingungen

Die Navier-Stokes Gleichungen bilden ein System von Differentialgleichungen, dessen Lösung erst durch die Vorgabe von Anfangs- und Randbedingungen genau definiert ist. Man spricht hier von einem sogenannten Anfangs-Randwert-Problem.

Die Definition der Anfangsbedingung der Strömung des Turbinenradgaszählers erfolgt mit einer konstanten Verteilung aller Zustandsgrößen im gesamten Integrationsgebiet, weil zunächst keine Informationen über einen realen Zustand des Strömungsfeldes vorliegen. Dazu wird das Strömungsgebiet zunächst mit den Totalgrößen des Kesselzustandes belegt. Die Geschwindigkeit im gesamten Strömungsfeld ist damit gleich Null. Dieses Vorgehen wird auch als „zero-flow“ Bedingung bezeichnet. Eine Alternative ist die Vorgabe einer bestimmten Mach-Zahl im Strömungsgebiet. Die Zustandsgrößen werden dann über die Isentropenbeziehungen berechnet. Hierbei sollten die Vektoren des Geschwindigkeitsfeldes möglichst den Konturen der Wände angepaßt werden.

Die Randbedingungen definieren sich über die Eigenschaften des elliptischen, parabolischen oder hyperbolischen Gleichungssystems und ermöglichen die Kopplung des Strömungsgebietes mit der nicht mehr in der Simulation erfaßten Umgebung. Aufgrund des Auftretens unterschiedlichster physikalischer Gegebenheiten auf dem Rand des Strömungsgebietes lassen sich die folgenden drei Arten der numerischen Randbedingungen unterscheiden [42]:

- Dirichletsche Randbedingung - der Wert einer Variable ist auf dem Rand gegeben, z. B. bei der Haftbedingung an der Wand.
- Von Neumannsche Randbedingung - der Normalgradient einer Variable ist gegeben, z. B. bei der adiabaten Wand,
- Periodische Randbedingung - die Randwerte einer Variable auf zwei Integrationsgrenzen sind gleich, z. B. im Turbinengitter.

Desweiteren ist auch eine Linearkombination der Dirichletschen und von Neumannschen Randbedingung möglich.

Die Implementierung der Randbedingungen in das numerische Schema erfolgt durch sogenannte Geisterzellen am Rand des Strömungsgebietes (Abb. 8). Die Geisterzellen haben keine physikalischen Koordinaten wie die übrigen Zellen des Strömungsgebietes - sie existieren nur in dem numerischen Modell. Eine zweireihige Anordnung dieser Zellen gewährleistet, daß die räumliche Diskretisierung des numerischen Schemas zweiter Ordnung genau ist.

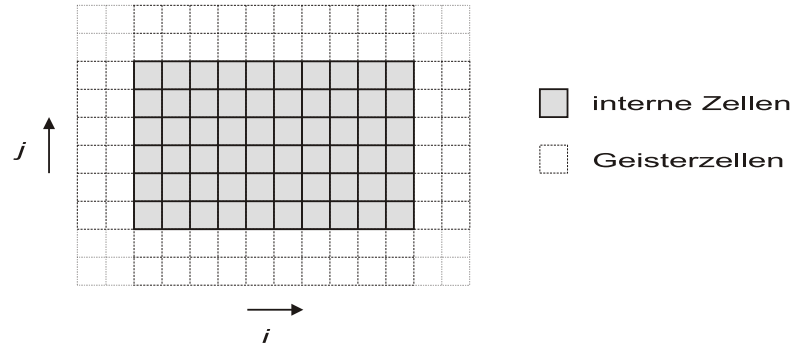


Abbildung 8: Rechengebiet mit internen Zellen und Geisterzellen

Im folgenden werden die in ACHIEVE benutzten Randbedingungen für den Fall der Unterschallströmung dargestellt. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf der instationären Randbedingung zur Kopplung ruhender und bewegter Gitter, die im Falle der Simulation von Stator/Rotor Interaktionen auftreten. Die übrigen Randbedingungen werden nur kurz zusammengefaßt, da sie bereits Gegenstand zahlreicher früherer Arbeiten [83, 124] waren.

Die unterschiedlichen Arten von Randbedingungen zur Simulation der Stator/Rotor Interaktion sind in Abb. 9 a) für den zweidimensionalen Fall sowie die zusätzlichen Randbedingungen für die dreidimensionale Simulation in 9 b) und c) am Beispiel eines Mutiblockgitters der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers dargestellt.

3.5.1 Freie Strömungsberandungen

Zu den freien Strömungsberandungen zählen der Ein- und Austrittsrand der Rechendomäne. Sie beeinflussen das Verhalten der Strömung im gesamten Integrationsgebiet. Bei der Simulation von Stator/Rotor Interaktionen werden im Inneren des Integrationsgebietes periodische Störungen erzeugt, die am Ein- und Austritt nicht unphysikalisch reflektiert werden dürfen. Es wurden deshalb sogenannte nicht-reflektierende Randbedingungen entwickelt [102], die Störeinflüsse reflexionsfrei aus der Rechendomäne austreten lassen.

Eintritt (1)

Aus dem Vorzeichen der Charakteristiken der Unterschallströmung ($u + c > 0$; $u > 0$, (dreifach); $u - c < 0$) läßt sich ableiten, daß für die Navier-Stokes Gleichungen vier Strömungsgrößen auf dem Rand vorgegeben werden und eine Größe aus dem Inneren des Strömungsgebietes extrapoliert werden muß. Die Größen k und ω aus dem Turbulenzmodell werden ebenfalls auf dem Rand vorgegeben. Eine genaue Herleitung des Extrapolationsverfahrens auf Basis der Richtung der Charakteristiken findet sich in [124].

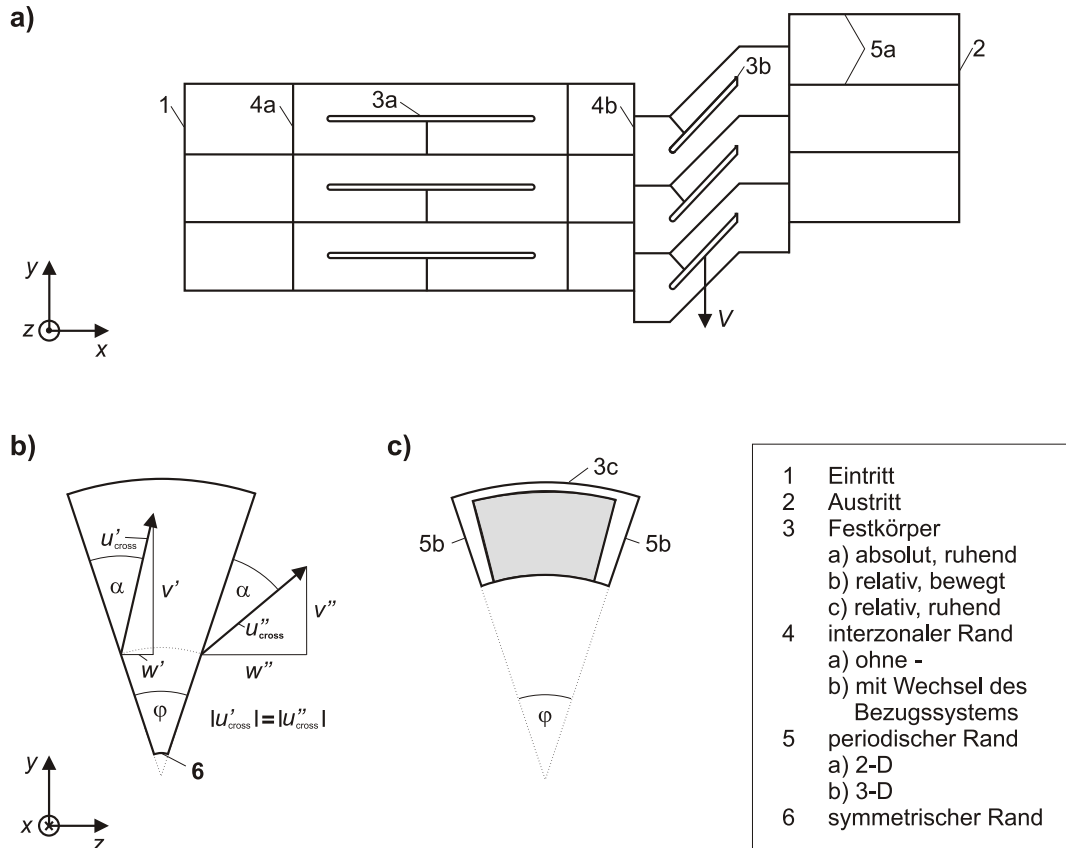


Abbildung 9: Randtypen in einem Stator/Rotor Gitter am Beispiel der ersten Stufe des AccuTestTM Turbinenradgaszählers; a) Abwicklung der Mittelebene, b) Querschnitt der Anströmung, c) Querschnitt durch den Ringkanal mit Ansicht des Rotors

Austritt (2)

Analog zum Eintritt werden für die Navier-Stokes Gleichungen vier Variablen und zusätzlich die turbulenten Größen k und ω aus dem Inneren des Strömungsgebietes auf den Austrittsrand extrapoliert, während eine Größe - der Druck - vorgegeben wird.

Die Einstellung des Druckes am Austritt entspricht in der Praxis der Funktion eines Ventils. Das Absenken des Austrittsdrucks bewirkt einen erhöhten Massenstrom, ähnlich dem Öffnen eines Ventils. Die Erhöhung des Austrittsdrucks bis zum Totaldruck entspricht dem Schließen eines Ventils.

3.5.2 Festkörperrandbedingungen (3)

Die Festkörperrandbedingung wird durch die Erfüllung der Haftbedingung an der Wand ($\vec{v} = 0$) realisiert. Weiterhin werden die Wände als adiabatisch und massenundurchlässig betrachtet.

Bei der Finite-Volumen Diskretisierung in ACHIEVE werden die Zustandsgrößen in den Zellmittelpunkten gespeichert, so daß eine explizite Vorgabe der Haftbedingung an der Wand nicht möglich ist. Deshalb wird die Haftbedingung mit Hilfe der Geisterzellen formuliert. Dabei werden die Geschwindigkeitskomponenten der beiden letzten internen Zellen an der Wand in die Geisterzellen gespiegelt, während die übrigen primitiven Variablen dort gleichgesetzt werden. Der Vorzeichenwechsel im Geschwindigkeitsverlauf zwischen internen Zellen und Geisterzellen gewährleistet dann die Erfüllung der Haftbedingung an der Wand. Bei der Simulation von Stator/Rotor Interaktionen treten drei verschiedene Arten der Festkörperrandbedingung auf:

- die Wand befindet sich in Ruhe und wird im Absolutsystem betrachtet (3a, Stator),
- die Wand bewegt sich, wird aber im Relativsystem betrachtet (3b, Rotor),
- die Wand befindet sich in Ruhe und wird im Relativsystem betrachtet (3c, Gehäuse im Bereich des Rotors).

Die numerische Behandlung der ersten beiden Fälle (3a, 3b) erfolgt mit der Formulierung der Haftbedingung im jeweiligen Bezugssystem. Im dritten Fall muß bei der Spiegelung der Geschwindigkeitskomponenten in die Geisterzellen eine Umrechnung in das Absolutsystem erfolgen, damit die Haftbedingung an der für den außenstehenden Beobachter ruhenden Wand erfüllt wird.

Das k - ω -Turbulenzmodell erfordert eine Vorgabe der Werte der turbulenten kinetischen Energie k und der Dissipation ω an der Wand. Der Wert von k wird zu Null gesetzt, während ω aufgrund der Singularität an der Wand im wandnächsten Punkt mit dem Abstand y definiert wird als:

$$\omega = \frac{6\mu}{c_{\omega 2} y^2}, \quad (3.82)$$

wobei die Konstante $c_{\omega 2}$ für einen Abstand der ersten Zellen in Normalenrichtung zur Wand $y^+ < 2$ als eins gesetzt wird [127] und andernfalls $c_{\omega 2} = 0.075$ gilt [111].

3.5.3 Interzonaler Austausch (4)

Durch die sogenannte Multiblock-Strategie, bei der das physikalische Strömungsgebiet nicht nur durch einen, sondern mehrere numerische Integrationsgebiete abgebildet wird, entstehen Blockgrenzen, an denen physikalische Informationen ausgetauscht werden. Hier können zwei unterschiedliche Situationen entstehen. Entweder werden beide Blöcke numerisch im gleichen Bezugssystem behandelt (4a), oder es findet an der Blockgrenze ein Wechsel des Bezugssystems (4b) zwischen einem ruhendem und einem bewegten Gitter statt. Für den Fall ohne Wechsel des Bezugssystems zeigt Abb. 10 schematisch das Prinzip des Datenaustausches.

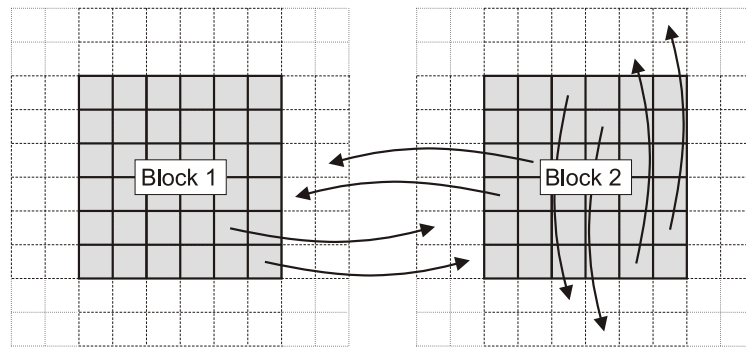


Abbildung 10: Datenaustausch am periodischen Rand und am interzonalen Rand ohne Wechsel des Bezugssystems

Im physikalischen Raum grenzen die internen Zellen der Blöcke 1 und 2 aus Abb. 10 direkt aneinander. Die Daten werden nach jedem Runge-Kutta Schritt der Zeitintegration von den äußeren beiden internen Zellen in die Geisterzellen des Nachbarblockes übergeben. Somit ist ein kontinuierlicher Übergang der Strömungsdaten zwischen den Blöcken gewährleistet.

Im Falle einer rotierenden Schaufel muß eine Formulierung der interzonalen Randbedingung (4b) gefunden werden, die die Bewegung der Rotorgeometrie erfaßt. Desweiteren findet hier ein Wechsel des Bezugssystems an der Blockgrenze statt, so daß der Informationsfluß auch eine Umrechnung zwischen Absolut- und Relativsystem beinhalten muß.

Die numerischen Verfahren zur Simulation der Stator/Rotor Interaktion können im wesentlichen in zwei Klassen eingeteilt werden, die ihrerseits durch unterschiedliche Methoden realisiert werden können.

Beim sogenannten „mixing-plane“ Verfahren wird das gesamte Strömungsfeld entlang der Blockgrenze, die das Stator- und Rotorgebiet trennt, gemittelt. Daraus

resultiert eine Berechnung, die sämtliche instationären Stator/Rotor Interaktionen eliminiert. Das Verfahren ist deshalb nur zur Berechnung gut durchmischter Strömungen oder als Anfangsbedingung für eine instationäre Berechnung geeignet. In dem Fall, daß instationäre Effekte vernachlässigt werden können, stellt das „mixing-plane“ Verfahren jedoch eine zeitsparende Methode zur Berechnung von Stator/Rotor Strömungen dar.

Die zweite Klasse von Verfahren zur Kopplung des ruhenden und des bewegten Gitters berücksichtigt instationäre Effekte. Sie eignen sich deshalb zur Berechnung von Strömungen in denen die fluiddynamische Kopplung einzelner Laufräder untereinander oder Fehlanströmungen aufgrund von Nachlaufeffekten untersucht werden sollen. Zu diesen Verfahren gehören die von Giles [39, 40] entwickelte „sheared-cell“ Technik und das sogenannte „sliding-mesh“ Modell nach Rai [90, 91].

In ACHIEVE wurde die „sheared-cell“ Technik nach Giles implementiert. Abb. 11 zeigt für den Fall gleicher Teilung von Stator und Rotor die verscherten (sheared) Zellen am Übergang zwischen Stator- und Rotorgitter (a) sowie die Einhaltung der Periodizitätsbedingung (b).

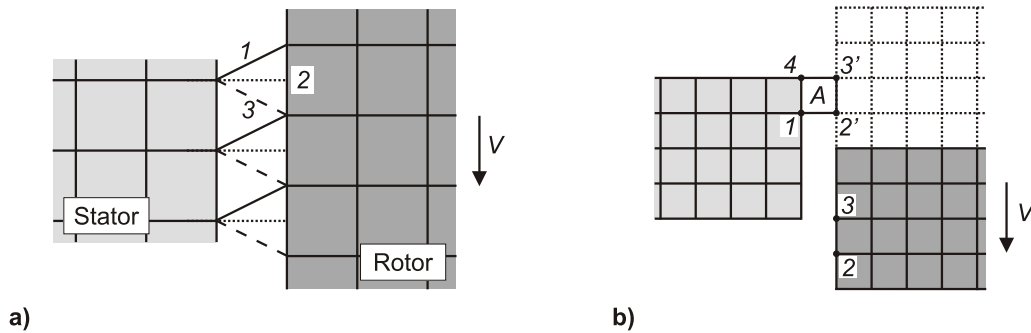


Abbildung 11: Verscherte (sheared) Zellen am Übergang zwischen Stator- und Rotorgitter (a) sowie Periodizität des Rotorgitters (b)

Das Rotorgitter bewegt sich mit der Geschwindigkeit V der Schaufel und verändert seine relative Lage zum Statorgitter. Beide Gitternetze sind durch einen axialen Spalt der Größe einer Zellbreite voneinander getrennt. An der Grenzfläche zwischen Stator und Rotor haben beide Integrationsgebiete die gleiche Anzahl äquidistant verteilter Knotenpunkte. Die Verbindung zwischen diesen beiden Gittern erfolgt durch die jeweils kürzeste Verbindung der Knotenpunkte auf der Statorseite mit denen der Rotorseite. Mit fortschreitender Zeit verändert der Rotor seine Position relativ zum Stator und die verscherten Zellen gehen vom Zustand 1 (durchgezogene Linie) in den Zustand 2 (gepunktete Linie) und schließlich

in den Zustand 3 (gestrichelte Linie) über. Zu dem Zeitpunkt des Erreichens des Zustandes 3 werden die Konnektivitäten zwischen den Zellen neu geordnet und die verscherten Zellen nehmen erneut den Zustand 1 ein.

Abb. 11 b zeigt schematisch die Einhaltung der Periodizitätsbedingung der Strömung beim Übergang zwischen dem bewegten und ruhenden Gitter. Die durchgezogenen Linien zeigen die aktuelle Position des Rotors, während die gestrichelten Linien die Position des um eine Teilungslänge verschobenen Rotors markieren. Die Berandung der Zelle A wird durch Verbindungslinien zwischen den Punkten 1, 2', 3' und 4 beschrieben. Hierbei definiert sich der Zustand in den Punkten 2' und 3' durch eine periodische Abbildung aus den Punkten 2 und 3, wodurch die räumliche Periodizität gewährleistet ist.

Im Integrationsgebiet des Stators als auch des Rotors werden die Erhaltungsgleichungen im jeweiligen Bezugssystem gelöst. Beim Austausch der Strömungsinformationen vom Stator zum Rotor und umgekehrt ist deshalb zunächst eine Umrechnung der Strömungsvariablen in ein festgelegtes Bezugssystem nötig. In der vorliegenden Arbeit wird als Bezugssystem das Absolutsystem des Stators gewählt. Es wurde nachgewiesen, daß die Wahl des Bezugssystems keinen Einfluß auf die späteren Berechnungsergebnisse hat [40].

Die Werte von Druck p und Dichte ρ ändern sich beim Übergang vom Absolut- zum Relativsystem nicht. Aufgrund der einschränkenden Bedingung, daß sich die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Laufräder nur um die x -Achse drehen, ist die Geschwindigkeit u ebenfalls in beiden Bezugssystemen unverändert. Die Quergeschwindigkeitskomponenten v und w können gemäß Gl. 3.30 ineinander überführt werden. Es gilt:

$$\begin{aligned}\rho_{abs} &= \rho_{rel}, \\ p_{abs} &= p_{rel}, \\ u_{abs} &= u_{rel}, \\ v_{abs} &= v_{rel} - \omega_x z, \\ w_{abs} &= w_{rel} + \omega_x y,\end{aligned}\tag{3.83}$$

wobei der Index abs für das Absolut- und rel für das Referenzsystem steht. Der Druck kann in beiden Bezugssystemen jeweils aus der totalen Energie berechnet werden. Im Absolutsystem gilt:

$$\frac{p}{\kappa - 1} = e_{abs} - \frac{1}{2}\rho\vec{c}^2,\tag{3.84}$$

und im Relativsystem:

$$\frac{p}{\kappa - 1} = e_{rel} - \frac{1}{2}\rho\left[\vec{w}^2 - (\vec{\omega} \times \vec{r})^2\right].\tag{3.85}$$

Da der Wert des statischen Drucks p in beiden Bezugssystemen gleich ist, können Gl. 3.84 und Gl. 3.85 voneinander subtrahiert werden. Daraus folgen die für die Umrechnung der totalen Energie an der Grenze zwischen Stator- und Rotorgitter notwendigen Beziehungen:

$$\begin{aligned} e_{abs} &= e_{rel} - \frac{1}{2}\rho \left[\vec{w}^2 - \vec{c}^2 - (\vec{\omega} \times \vec{r})^2 \right], \\ e_{rel} &= e_{abs} - \frac{1}{2}\rho \left[\vec{c}^2 - \vec{w}^2 + (\vec{\omega} \times \vec{r})^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Die Bewegung der verscherten Zellen zwischen Stator- und Rotorgitter erfordert weitere Modifikationen des numerischen Algorithmus zur Flußberechnung in den verscherten Zellen:

- Ein zusätzlicher Flußterm in der Bewegungsrichtung des Gitters muß berücksichtigt werden. Die zweidimensionalen Euler Gleichungen für ein in y -Richtung bewegtes Gitter liefern:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial (G - QV)}{\partial y} = 0, \quad (3.87)$$

wobei der Term QV den zusätzlichen Fluß aufgrund der Geschwindigkeit der verscherten Zellen darstellt [40].

- Die metrischen Koeffizienten der Koordinatentransformation in den verscherten Zellen müssen als Funktion der Zeit zu jedem Iterationsschritt neu berechnet werden.

Die „sheared-cell“ Technik gewährleistet die zeitgenaue und konservative Kopplung der ruhenden und bewegten Netztopologien. Allerdings erfordert sie eine äquidistante Knotenpunktverteilung und eine gleiche Anzahl von Zellen an den beteiligten Blockgrenzen, sofern die räumliche Diskretisierung mit strukturierten Gittern erfolgt. Bei unstrukturierten Gittern kann die Verbindung zwischen Stator- und Rotorgitter mit Tetraedern erfolgen, so daß eine ungleiche Anzahl von Gitterpunkten an Stator und Rotor durchaus mit den verscherten Zellen überbrückt werden kann. Eine Erweiterung des hier beschriebenen Verfahrens zur Berechnung von Stator/Rotor Geometrien mit unterschiedlichen Teilungen wurde ebenfalls von Giles [40] - basierend auf dem ursprünglichen Verfahren von Erdos [26] - vorgestellt.

Die „sliding-mesh“ Technik ist eine von Rai entwickelte Alternative zur Simulation der instationären Interaktionen von Statoren und Rotoren. Diese Methode

wurde im allgemeinen zur Interpolation der Strömungsgrößen an diskontinuierlichen Gittern entwickelt. An der diskontinuierlichen Blockgrenze werden die Flüsse entsprechend der relativen Lage der Zellen zueinander interpoliert. Somit kann eine Zelle eines Blockes beispielsweise an mehreren Zellen des Nachbarblockes grenzen. Bezogen auf den Fall der Stator/Rotor Interaktion bedeutet dieses, daß die Anzahl der Zellen an beiden Blockgrenzen unterschiedlich sein darf. Desweiteren müssen die Knotenpunkte auf dem Rand nicht äquidistant verteilt sein. Das Verfahren erfüllt die Bedingung der Konservativität sowie der Kontinuität der abhängigen Variablen durch die Blockgrenze. Diskontinuitäten in der Strömung werden ohne Störung durch die diskontinuierlichen Blockgrenzen konvektiert. Ein wesentlicher Vorteil dieser Methode besteht darin, daß die lokale Verfeinerung einzelner Gitterblöcke ohne Rücksichtnahme auf die Beeinflussung benachbarter Blöcke durchgeführt werden kann. Die „sliding-mesh“ Methode erfordert allerdings einen höheren numerischen Aufwand als die „sheared-cell“ Technik und ist aufwendiger zu implementieren.

3.5.4 Periodischer Austausch (5)

Die Strömung in den einzelnen Schaufelpassagen des Turbinenradgaszählers wird als periodisch angenommen. Die dazu eingeführte periodische Randbedingung nimmt an, daß die Strömung an dem jeweiligen Blockrand identisch ist mit der an dem gegenüberliegenden Rand. Abb. 10 (Block 2) veranschaulicht den periodischen Austausch für den Fall einer zweidimensionalen Simulation. Die Zustandsgrößen werden aus den inneren Zellen der periodischen Ränder unverändert in die Geisterzellen der jeweiligen anderen Seite übertragen.

Im Falle einer dreidimensionalen Geometrie verläuft der Austausch der Strömungsgrößen zwischen den inneren Zellen und den Geisterzellen prinzipiell genauso wie im zweidimensionalen Fall; es muß hier allerdings zusätzlich noch der Teilungswinkel φ zur Umrechnung der Quergeschwindigkeitskomponenten v und w berücksichtigt werden (Abb. 9 b). Die Transformation der Quergeschwindigkeiten zwischen den beiden periodischen Rändern (' und '') wird beschrieben durch:

$$\begin{pmatrix} v' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v'' \\ w'' \end{pmatrix}, \quad (3.88)$$

sowie

$$\begin{pmatrix} v'' \\ w'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v' \\ w' \end{pmatrix}. \quad (3.89)$$

Die Dichte ρ , die axiale Geschwindigkeit u und die Energie e bleiben bei der periodischen Transformation unverändert.

3.5.5 Symmetrierandbedingung (6)

Symmetrische Blockgrenzen treten nur bei der dreidimensionalen Simulation der Anströmung des Turbinenradgaszählers auf (s. Abb. 9 b). Durch die Symmetriegrenzen darf kein Massenstrom fließen. Dazu wird die Normalkomponente der Geschwindigkeit auf die Symmetrieebene zu Null gesetzt. Die übrigen Größen werden aus dem Inneren des Integrationsgebietes extrapoliert.

Im folgenden Kap. 3.6 wird die Erweiterung der Multiblock-Strategie in ACHIEVE auf komplexe Geometrien sowie die Anwendung paralleler Rechenverfahren beschrieben.

3.6 Erweiterung der Multiblock-Strategie und paralleles Rechnen

3.6.1 Multiblock-Strategie

Der Strömungslöser ACHIEVE arbeitet mit dem sogenannten Multiblock-Verfahren, welches eine Methode zur Vereinfachung der Gittergenerierung in sehr komplexen Geometrien darstellt. Dabei wird das gesamte Strömungsgebiet in einzelne Blöcke unterteilt, in denen die Gitternetze relativ einfach erzeugt werden können. Die Knotenpunktverteilung benachbarter bzw. kommunizierender Blockränder muß dabei in ACHIEVE übereinstimmen.

Ziel dieser Methode war ursprünglich, die geometrische Flexibilität des Strömungslösers zu erhöhen, damit auch komplexe Geometrien wie die in Turbomaschinen abgebildet werden können. Die Multiblockstrategie eröffnete der numerischen Strömungssimulation aber noch weitere Vorteile. Die numerischen Algorithmen sind leicht zu parallelisieren, da die Zuordnung von Rechengebieten zu einzelnen Prozessoren anhand der ohnehin vorliegenden Blöcke erfolgen kann. Ferner wird die Strömungssimulation bezüglich der numerischen Behandlung einzelner Teilgebiete des gesamten Strömungsgebietes flexibler. So können unterschiedliche Flußformulierungen oder Interpolationsschemata in den jeweiligen Blöcken nach Bedarf in der Simulation angewendet werden. Desweiteren besteht die Möglichkeit, eine lokale Gitterverfeinerung einzelner Blöcke vorzunehmen, ohne die anderen Blöcke zu beeinflussen. Voraussetzung dafür ist allerdings die bisher in ACHIEVE nicht implementierte Randbedingung zur Behandlung diskontinuierlicher Blockränder.

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit war das im zweidimensionalen Strömungslöser ACHIEVE implementierte Multiblock-Verfahren einigen Beschränkungen unter-

worfen. Jeder Block des Rechengitters durfte aus höchstens vier Seiten bestehen und die Orientierung der Koordinatenrichtungen (ξ , η) benachbarter Blockränder mußte gleichgerichtet sein. Zur Simulation von Schaufelprofilen, wie sie in dieser Arbeit auftreten, waren einige Modifikationen und Erweiterungen des vorhandenen Verfahrens notwendig. Sie werden anhand von Abb. 12, die die Außenkonturen eines Multiblockgitters um ein Niederdruck-Turbinenprofil zeigt, erklärt.

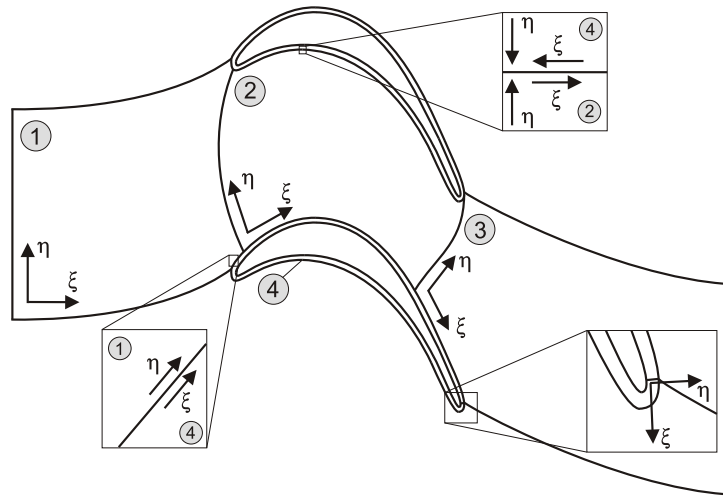


Abbildung 12: Multiblockgitter eines Niederdruck-Turbinenprofils

Das gesamte Integrationsgebiet besteht aus vier Blöcken. Drei H-Gitter bilden den Strömungskanal zwischen den Schaufeln ab. Der wandnahe Bereich um die Schaufel wird durch ein O-Gitter aufgelöst, das in dieser Darstellung zusätzlich um eine Teilungslänge verschoben dargestellt ist. Bei genauer Betrachtung des Blockes 1 ist zu erkennen, daß die Seite für $\xi = \xi_{max}$ nicht nur an einen, sondern an zwei Blöcke grenzt und dadurch in drei Abschnitte unterteilt wird. Folglich besteht Block 1 aus sechs Rändern, deren Randbedingungen einzeln definiert werden müssen.

In einem Gitter mit vierseitigen, quadratischen Blöcken findet der interzonale Blockaustausch stets zwischen den letzten Zellen einer Koordinatenrichtung eines Blockes und den ersten Zellen der gleichen Koordinatenrichtung im Nachbarblock statt. Durch die flexible Blockanordnung zueinander können aber auch Situationen entstehen, in denen ein Wechsel der Koordinatenrichtung beim Austausch vollzogen wird (Block 1 \leftrightarrow Block 4, ξ tauscht mit η), oder aber die letzten (ersten) Zellen einer Koordinatenrichtung mit wiederum den letzten (ersten) Zellen des Nachbarblockes tauschen (Block 4, η -Richtung \leftrightarrow Block 2, η -Richtung). Durch das O-Gitter des Blockes 4 entstehen Paare von Berandungen, die über einen

interzonalen Blockaustausch miteinander kommunizieren und dessen Koordinatenrichtungen entgegengesetzt orientiert sind. Als Beispiel sei hier der Austausch zwischen Block 2 (entlang ξ , $\eta = \eta_{max}$) und Block 4 (entlang ξ , $\eta = \eta_{max}$) genannt.

Die hier auftretenden Probleme bei der flexiblen Gestaltung der Blöcke wurden in ACHIEVE durch eine spezielle Adressierung der Randzellen jedes Blockes gelöst. Die beiden äußeren Zellen und die Geisterzellen werden dabei über ein eindimensionales Feld, das im wesentlichen einer Koordinate entlang der Außenkontur eines Blockes entspricht, beschrieben. Dieses eindimensionale Feld läßt sich mit den definierten Anfangs- und Endadressen jeder Seite in beliebig viele Abschnitte auftrennen, was gleichzeitig impliziert, daß ein Block mit mehr als vier anderen Blöcken benachbart sein darf und seine Umrandung durch mehr als vier verschiedene Randbedingungen beschrieben werden kann. Der Austausch ist somit ebenso unabhängig von der Orientierung der Koordinatensysteme in den einzelnen Blöcken, da die austauschenden Zellen nicht mehr über die ersten und letzten Zellen in eine Koordinatenrichtung, sondern nur noch über ihre Adresse in Umfangsrichtung zugeordnet werden. Weiterhin wird in ACHIEVE eine Identifizierung der entgegengesetzt orientierten Seiten über einen Vergleich der Anfangs- und Endkoordinaten vorgenommen. Aufgrund der Unterscheidung, ob die Koordinatenrichtungen gleichgerichtet sind oder nicht, erfolgt dann die Zuweisung der Konnektivitäten der einzelnen Zellen.

3.6.2 Paralleles Rechnen

Mit den ständig wachsenden Rechenkapazitäten steigt auch der Anspruch an die numerischen Modelle. Das heißt, sie werden komplexer, realitätsnaher und umfangreicher, so daß es immer schnellerer, leistungsfähigerer Rechner bedarf, um den heutigen Ansprüchen an Geschwindigkeit und Genauigkeit der numerischen Simulation gerecht zu werden. Aus diesem Grunde werden heute häufig parallele Rechenverfahren eingesetzt, um die Laufzeiten der Simulationsrechnung zu reduzieren.

Beim Parallelrechnen wird die Bearbeitung eines Rechenauftrages auf verschiedene Prozessoren verteilt, die dann gleichzeitig jeweils einen Teil des Gesamtproblems bearbeiten. Der parallelisierte Strömungslöser ACHIEVE arbeitet nach dem Prinzip der Gebietszerlegung, die wiederum auf der Multiblockstrategie basiert. Ausgehend von der Aufteilung des gesamten Integrationsgebietes in einzelne, kleinere Rechenblöcke werden diese auf verschiedene Prozessoren verteilt. Das ausführbare Programm ist auf jeder Prozessoreinheit vorhanden und bearbeitet nur das definierte Problem auf dem jeweiligen zugewiesenen Block. Nach jedem Zeitschritt bzw. jedem Schritt des Runge-Kutta Verfahrens findet eine Synchronisation der einzelnen Prozesse statt. Zu diesem Zeitpunkt werden zwischen den

benachbarten Blöcken die Daten der Randzellen wie bei der interzonalen Randbedingung ausgetauscht.

Die Kommunikation zwischen den einzelnen Prozessoren wird dabei durch das Programm MPI (Message Passing Interface) realisiert und über eine Datei gesteuert, die die Konnektivitäten zwischen benachbarten Blöcken festlegt. Ferner steuert MPI die Verwaltung der beteiligten Prozessoren und initialisiert die notwendige Kommunikationsumgebung. Jeglicher weiterer Datenfluß zwischen den Prozessoren - wie das Zusammenfügen der Daten aller Prozessoren zu einem Datensatz des gesamten Strömungsgebietes oder das Austauschen von Werten für Massenströme oder Auftriebsbeiwerte der Schaufeln - wird mit MPI-Befehlen gesteuert, die direkt im Fortran basierten Quellcode eingebaut sind. MPI ist ein Standard führender Hardware-Hersteller und läßt sich einfach auf verschiedene Rechnerarchitekturen portieren [55]. So wurden Derivate des Programmes ACHIEVE schon auf echten Parallelrechnern [55, 124] sowie auf dem lehrstuhleigenen PC-Cluster [63], auf dem auch die Simulationen dieser Arbeit durchgeführt wurden, betrieben.

Die Idee, handelsübliche PC's mit gängiger Netzwerktechnik so zu einem PC-Cluster zu verbinden, daß sie dem Benutzer wie ein Parallelrechner mit verteiltem Speicher (distributed memory) erscheinen, hat in den letzten Jahren einen enormen Aufschwung erlebt. Die Gründe dafür sind die starke Leistungszunahme und der drastische Preisverfall der Prozessoren und Netzwerkkomponenten. Vor allem an Einrichtungen, an denen die Sachmittel begrenzt sind und der personelle Aufwand für Wartung und Betrieb nicht direkt in Rechnung gestellt werden, bietet ein PC-Cluster eine gute Möglichkeit, einen eigenen, leistungsfähigen und kostengünstigen Rechner zu betreiben.

Bei einer optimierten Parallelisierung des Rechenverfahrens ist das Verhältnis der wirklichen Rechenzeit zu der Wartezeit inklusive der Austauschzeit der Daten während der Synchronisation möglichst groß. Deshalb muß bei der Gebietszerlegung des Integrationsgebietes die heterogene Prozessorstruktur und die unterschiedliche Auslastung der einzelnen Prozessoren innerhalb des Clusters berücksichtigt werden. Im Idealfall sind alle Prozessoren gleichen Typs und gleichmäßig ausgelastet. Im Falle, daß in allen Integrationsgebieten das gleiche numerische Verfahren benutzt wird, sollten die den Prozessoren zugeordneten Teilgebiete dann jeweils gleich groß sein, um eine optimale Parallelisierung zu erreichen. Der PC-Cluster besteht aber einerseits aus Prozessoren mit unterschiedlicher Taktrate und wird andererseits gleichzeitig von mehreren Anwendern benutzt, so daß diese Randbedingungen dazu führen können, daß die Integrationsgebiete im Idealfall unterschiedlich groß sind oder aber einem Prozessor sogar mehrere Blöcke zur Berechnung zugewiesen werden. Der Vorteil dieser heterogenen Struktur besteht allerdings darin, daß die Gittergenerierung weniger Restriktio-

nen unterworfen ist, da das Kriterium der Aufteilung des Gesamtgebietes in exakt gleich große Blöcke nicht erfüllt sein muß um eine effiziente Parallelisierung zu erreichen.

Im folgenden Abschnitt wird die Verwendung unterschiedlicher Arten von Gittern in der Simulation des Turbinenradgaszählers erläutert. Hier wird insbesondere auf die wesentlichen Aspekte bei der Auswahl von strukturierten oder unstrukturierten Gittern eingegangen.

3.7 Gittergenerierung

Das Strömungsgebiet wird in der numerischen Simulation durch eine Vielzahl von Diskretisierungsstellen abgebildet, die in ihrer Gesamtheit als das numerische Gitter bezeichnet werden. Das Gitter hat wesentlichen Einfluß auf die Genauigkeit der späteren Strömungssimulation und sollte deshalb speziellen Anforderungen genügen. Ein wichtiges Kriterium ist die Verscherung der Zellen, die möglichst so klein sein sollte, daß die Verbindungen einzelner Gitterpunkte zueinander nur Winkel größer als 30° bilden. Außerdem sollte die Änderung der Fläche bzw. des Volumens benachbarter Zellen möglichst klein sein. In der Nähe starker Gradienten muß die Knotenpunktdichte sehr hoch sein, damit alle wesentlichen Strömungseffekte aufgelöst werden können.

In Abb. 13 werden drei Arten unterschiedlicher Gitter dargestellt, die im folgenden beschrieben werden:

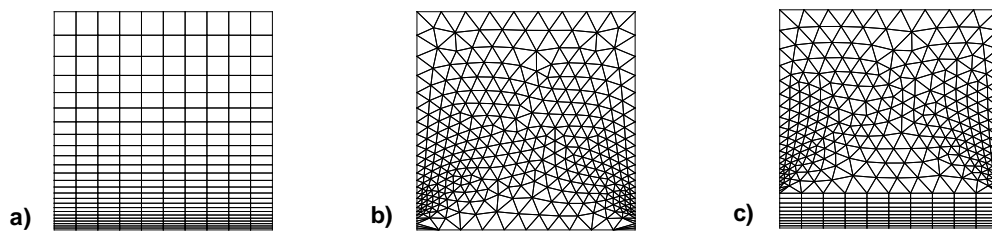


Abbildung 13: Verschiedene Gittertypen, a) strukturiert, b) unstrukturiert, c) hybrid

- **Strukturierte Gitter**

Jeder Diskretisierungspunkt ist mittels der numerischen Koordinate i, j, k eindeutig identifizierbar und kann dadurch seinen Nachbarn in den drei Raumrichtungen zugeordnet werden. Durch die Verbindung der einzelnen Punkte in jeweils eine Richtung der numerischen Koordinaten ergibt sich das strukturierte Gitter (Abb. 13 a), das im zweidimensionalen Fall aus

Rechtecken und im dreidimensionalen Fall aus Hexaedern besteht.

Die Gitterpunkte werden einem zwei- oder dreidimensionalen Feld zugeordnet und sind somit in numerischen Algorithmen sehr effizient zu bearbeiten. Die Randbedingungen können bei strukturierten Netzen einfach implementiert werden, da die Randzellen im physikalischen Raum auch den Punkten minimaler und maximaler numerischer Koordinatenrichtung entsprechen. Besonders Grenzschichten lassen sich mit strukturierten Gittern gut durch eine relativ geringe Anzahl von Knotenpunkten auflösen. Strukturierte Gitter sind allerdings sehr unflexibel falls die Geometrieberandung sehr unregelmäßig ist und Details wie Hinterschneidungen oder Nuten abgebildet werden sollen.

- **Unstrukturierte Gitter**

Die Gitterpunkte eines unstrukturierten Netzes sind ungeordnet im Raum und derart miteinander verbunden, daß im zweidimensionalen Raum Dreiecke (Abb. 13 b), Rechtecke oder aber auch beide Formen gemischt auftreten. Im dreidimensionalen Raum bestehen die Teilvolumina dann aus Tetraedern, Hexaedern oder Oktaedern. Die Nachbarschaftsbeziehungen der einzelnen Zellen sind nicht durch das numerische Koordinatensystem gegeben. Deshalb müssen die Zuordnungen der Zellen und Knotenpunkte untereinander in einer gesonderten Matrix zusätzlich gespeichert werden.

Die Vorteile der unstrukturierten Gitter sind die große Flexibilität und Anpassungsfähigkeit an komplexe Geometrien sowie die sehr kurze Zeit zur Erstellung eines solchen Gitters. Sie eignen sich allerdings nicht zur Auflösung von Grenzschichten, da dazu eine zu große Anzahl von Knotenpunkten benötigt wird. Wegen der starken Verscherung der Zellen, kann es besonders in komplexen dreidimensionalen Geometrien zu Problemen bei der Erstellung eines dreidimensionalen unstrukturierten Netzes kommen, wenn das Oberflächengitter aus einem strukturierten Netz besteht.

- **Hybride Gitter**

Die hybriden Gitter bestehen aus einer Kombination strukturierter und unstrukturierter Gitter und versuchen deren Vorteile zu vereinen. Grenzschichten werden deshalb häufig mit einem strukturierten Teil aufgelöst, während das Fernfeld um einen Strömungskörper oder geometrisch komplizierte Teile der Geometrie durch ein unstrukturiertes Gitter beschrieben werden (Abb. 13 c).

Zur Gittergenerierung wurde das zum Fluent-Programmpaket gehörige Programm Gambit in Verbindung mit einem durch von Lavante [61] entwickelten Programm benutzt. So wurden die hybriden Gitter ausschließlich in Gambit erzeugt, während

die strukturierten Gitter nach der Generierung in Gambit häufig zwecks elliptischer Glättung mit dem lehrstuhleigenen Programm nachbearbeitet wurden.

Die Simulationen des Turbinenradgaszählers wurden mit ACHIEVE und dem kommerziellen Programm Fluent durchgeführt. Das numerische Lösungsverfahren in ACHIEVE ist ausschließlich für strukturierte Gitter formuliert, während Fluent ab der Version 5 einen unstrukturierten Löser benutzt, der als Sonderfall auch strukturierte Gitter behandeln kann. Unter diesen Voraussetzungen sind sowohl strukturierte als auch hybride Gitter in den Simulationen zum Einsatz gekommen. Eine Diskussion der Auswirkungen der Gittertypen auf die Ergebnisse der Simulation wird in Kap. 4 vorgenommen.

Der Strömungslöser Fluent wird im folgenden Kap. 3.8 kurz vorgestellt. Der Schwerpunkt liegt hier mehr auf einer Beschreibung der Anwendungsmöglichkeiten von Fluent als auf der Diskussion der numerischen Verfahren, weil hier seitens der Firma Fluent nur teilweise detaillierte Aussagen gemacht werden. Dennoch sollen aber wichtige Aspekte wie Raum- und Zeitdiskretisierung, die Randbedingung für bewegte Gitter oder die Turbulenzmodellierung kurz erörtert werden.

3.8 Fluent

Das Programm Fluent [33] ist Kern eines Softwarepaketes zur Durchführung numerischer Simulationen im Bereich der Strömungs- und Wärmetechnik. Abb. 14 zeigt ein Schema des Programmpaketes Fluent mit den Gittergeneratoren Gambit [35] und TGrid [34].

Neben dem eigentlichen Strömungslöser Fluent, der ab der Version 5 die älteren Versionen der unstrukturierten Löser Fluent/UNS und Rampant vereint, gehören die Gittergeneratoren Gambit und TGrid zu einem Softwarepaket, das sowohl Pre- und Postprocessing wie auch die eigentliche numerische Simulation ermöglicht. Das gesamte Programmpaket ist unter den gebräuchlichen Betriebssystemen Linux, Solaris, Windows NT und IRIX sowie einigen weiteren Plattformen lauffähig.

Der noch sehr junge Gittergenerator Gambit bildet die Basis der Geometriedefinition und Gittergenerierung. Nach anfänglichen Anlaufschwierigkeiten, die sich in Instabilitäten bei der Anwendung äußerten, etabliert sich dieser Preprocessor allmählich in der Programmfamilie Fluents. In Gambit wird ähnlich wie in CAD-Programmen die Geometrie erzeugt, die dann mit einem strukturierten, unstrukturierten oder hybriden Gitter versehen werden kann. Die Qualität des erzeugten Gitters läßt sich hinsichtlich verschiedener Parameter wie Zellgröße oder Verscherung der Zellen sehr übersichtlich anzeigen. Darüber hinaus besitzt

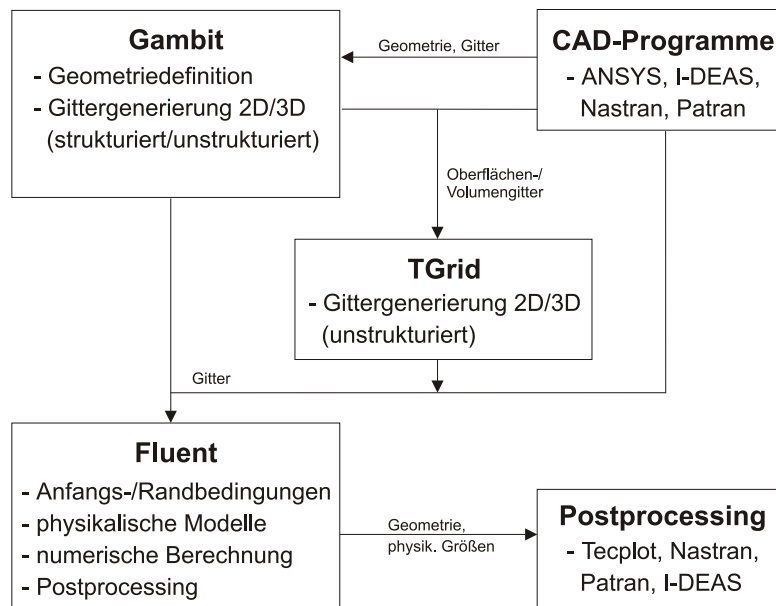


Abbildung 14: Schematische Darstellung des Programmpaketes Fluent

Gambit Schnittstellen zu einigen gängigen CAD-Programmen, so daß auf eventuell vorhandene technische Zeichnungen zurückgegriffen werden kann. Die mit Gambit erzeugten strukturierten Gitternetze lassen sich mit wenig Aufwand in ein allgemein verständliches ASCII-Format umwandeln, so daß die Gitter auch in anderen Strömungslösern wie z. B. ACHIEVE verwendet werden können.

Problematisch ist nach wie vor die Erzeugung dreidimensionaler Geometrien durch Vereinigung anderer, komplexer Geometrien. Häufig treten dabei Ungenauigkeiten in der Definition von Koordinatenpunkten auf, die dazu führen, daß später auf so erzeugte Geometrien keine Booleschen Operationen angewendet werden können.

Für die Zukunft ist eine Erweiterung Gambits speziell für den Bereich der Turbomaschinen geplant. Darin soll die Erzeugung typischer Schaufelgeometrien erleichtert werden.

Zur Gittergenerierung existiert desweiteren das Programm TGrid, daß hauptsächlich zur Erzeugung unstrukturierter Volumengitter auf der Basis von bereits vorhandenen Oberflächengittern dient. In dieser Arbeit wurde TGrid allerdings nur in einer seiner Nebenfunktionen, dem Zusammenfügen von Stator- und Rotorgeometrien zu einem Gitter, verwendet.

Der eigentliche Strömungslöser Fluent ist ein Finite-Volumen-Programm zur Berechnung strömungs- und wärmetechnischer Probleme auf der Basis der Navier-Stokes Gleichungen. Der Quellcode ist in der Sprache C formuliert und mit Hilfe der MPI-Bibliothek parallelisiert. Als Eingangsdaten werden in Fluent die Gitter

aus Gambit oder TGrid importiert; im Bedarfsfall können sie dann später verfeinert und an das Problem angepaßt werden. Das zu berechnende Problem wird durch die Einstellung der Randbedingungen und die Wahl der geeigneten physikalischen Modelle definiert. Eine kurze Auflistung einiger physikalischer Modelle und Parameter dokumentiert die Vielseitigkeit Fluents:

- stationär, instationär
- kompressibel, inkompressibel
- reibungsfrei, reibungsbehaftet
- laminar, turbulent
- newtonsch, nicht-newtonsch
- natürliche oder erzwungene Konvektion
- gekoppelte Wärmeleitung und -konvektion
- Strahlung
- bewegte Gitter („sliding-mesh“, „mixing-plane“)
- chemische Reaktionen, Verbrennungen
- Zweiphasenströmungen

Besonders die Möglichkeit, Stator/Rotor Interaktionen zu simulieren, hat entscheidend dazu beigetragen, Fluent neben dem Programm ACHIEVE für die Simulation des Turbinenradgaszählers zu verwenden. Bei der Simulation mehrstufiger Maschinen traten dann anfänglich einige Schwierigkeiten auf, die seit der Fluent Version 5.1 aber behoben sind, so daß die Kopplung mehrerer bewegter und ruhender Gitter jetzt nahezu problemlos abläuft.

Die Einstellung der Modellparameter erfolgt meistens über die graphische Benutzeroberfläche. Es existieren jedoch auch einige Funktionen, die nur über das Textfenster ausgeführt werden können. So ist z. B. die Zuweisung einer periodischen Randbedingung zu einer Fläche, die ursprünglich als Wand definiert war, ausschließlich im Textfenster möglich. Diese Vorgehensweise führt bisweilen zu Verzögerungen des Ablaufs bei der Auswahl der Modellparameter, da wichtige Funktionen nicht intuitiv entdeckt werden.

Zur graphischen Aufarbeitung der Simulationsergebnisse bietet Fluent sehr gute Möglichkeiten. Zwei- oder dreidimensionale Konturplots, Stromlinien oder Vektorfelder lassen sich ebenso wie einfache x - y -Diagramme erstellen. Sollte trotzdem

der Bedarf bestehen, die Ergebnisse in anderen Programmen zu verwenden, so stehen Exportfilter für diverse Programme (Tecplot, Ideas, Nastran, Patran) zur Verfügung.

Die heutige Version des Programmes Fluent stellt die Löser des ursprünglichen Programmes Rampant und des Löfers Fluent/UNS zur Verfügung. In der vorliegenden Arbeit wurde ausschließlich der ehemalige Rampant-Löser benutzt, der sich besonders zur Simulation kompressibler Strömungen und Stator/Rotor Interaktionen hoher Drehzahlen eignet. Obwohl die typischen Mach-Zahlen der Hauptströmung im AccuTestTM Turbinenradgaszähler recht klein sind ($M < 0.15$), können an einigen Orten starker Beschleunigung sehr wohl lokale Mach-Zahlen größer 0.3 auftreten, so daß die Verwendung des kompressiblen Löfers durchaus gerechtfertigt ist. Ferner ist auch der Löser ACHIEVE für kompressible Strömungen formuliert, so daß eine Vergleichbarkeit beider Löser diesbezüglich gegeben ist.

Der „coupled solver“ löst die Navier-Stokes Gleichungen unter Verwendung der Finite-Volumen Methode. Im Falle kleiner Mach-Zahlen findet eine Prädiktionierung statt, wodurch die Steifheit des numerischen Schemas reduziert wird. Die Extrapolation der Zustandsgrößen auf die Zellränder erfolgt mit Upwind-Schemata erster oder zweiter Ordnung. Die räumlichen Flüsse werden mit Hilfe des Flux-Difference Splitting Schemas nach Roe (vgl. Kap. 3.3.1) diskretisiert. Im Falle des expliziten Verfahrens wird ein mehrstufiges Runge-Kutta Verfahren zur zeitlichen Diskretisierung der Bewegungsgleichungen benutzt, das bei stationären Lösungen mit einem festen Zeitschritt arbeitet. Die implizite Methode löst die Delta-Form des linearisierten Gleichungssystems mit einem Punkt Gauss-Seidel Verfahren. Hierbei wird die Zeitgenauigkeit über Subiterationen durch das sogenannte „dual time stepping“ erreicht.

Zur Berechnung turbulenter Strömungen stehen in Fluent vier verschiedene Turbulenzmodelle, das Spalart-Allmaras Eingleichungsmodell, das k - ϵ -Modell nach Launder und Sharma, ein Reynolds Spannungsmodell sowie die Large Eddy Simulation zur Verfügung (vgl. Kap. 3.4). In der vorliegenden Arbeit wurde hauptsächlich das Standard- k - ϵ -Modell mit seinen Standard-Wandfunktionen verwendet. Diese Version des Zweigleichungsmodells zeichnet sich durch eine robuste Arbeitsweise und zufriedenstellende Genauigkeit im Bereich der meisten technischen Anwendungen aus und beinhaltet im Vergleich zu den anderen implementierten Varianten des k - ϵ -Modells (RNG k - ϵ -Modell, realizable k - ϵ -Modell) den geringsten numerischen Aufwand. Testrechnungen zur Bestimmung des statischen Drucks auf einer Niederdruck-Turbinenschaufel und den Schaufeln des Turbinenradgaszählers haben keinen signifikanten Einfluß der unterschiedlichen Turbulenzmodelle auf das Ergebnis dieser Anwendung gezeigt. Im allgemeinen muß aber von Fall zu Fall unterschieden werden, welches Turbulenzmodell in Verbindung

mit welchen Randfunktionen zum Einsatz kommt.

Über die genaue Formulierung der instationären Randbedingung zur Kopplung bewegter und ruhender Geometrien gibt Fluent Inc. keine Auskunft. Die implementierte Randbedingung ist aber konservativ formuliert und erlaubt zudem eine ungleiche Verteilung der Knotenpunkte auf den beiden beteiligten Blockrändern. Demzufolge handelt es sich bei der hier implementierten Randbedingung nicht um die „sheared-cell“ Technik, sondern eher um ein Verfahren, das der „sliding mesh“ Technik von Rai (vgl. Kap. 3.5.3) ähnlich ist.

In wesentlichen Teilen der numerischen Formulierung der bestimmenden Gleichungen ähneln sich die Programme ACHIEVE und der gekoppelte („coupled“) Fluent-Löser. Beide benutzen das FDS-Schema nach Roe in Verbindung mit einem Runge-Kutta Verfahren zur zeitlichen Diskretisierung des expliziten Schemas. Die Turbulenzmodellierung erfolgte in den Simulationen beider Löser mit Zweigleichungsmodellen (k - ω in ACHIEVE, k - ϵ in Fluent), die sich in ihrer Struktur sehr ähneln. Diese weitreichende Übereinstimmung in der Formulierung des numerischen Schemas beider Löser bildet die Basis für einen Vergleich der berechneten Strömungsdaten typischer Anwendungsfälle in Kap. 4. Desweiteren wird dort eine Validierung des Strömungslösers ACHIEVE anhand der Umströmung eines Schaufelprofils und der Durchströmung eines Rohres durchgeführt. Die Funktionsfähigkeit der implementierten „sheared-cell“ Technik wird anhand eines Vergleichs der Lösungen aus ACHIEVE und dem für einen ähnlichen Fall bereits validierten Löser Fluent überprüft.

Kapitel 4

Verifikation

Die räumliche Genauigkeit des in dieser Arbeit verwendeten Roe-Schemas wurde bereits in [62] untersucht und als mindestens zweiter Ordnung genau angegeben. Auch das im Falle des Turbulenzmodells eingesetzte Liou-Schema ist nach der gleichen Untersuchung von einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Der Strömungslöser ACHIEVE wurde bereits mehrfach in früheren Arbeiten eingesetzt. Dabei wurde die zeitliche Genauigkeit des Schemas am eindimensionalen Stoßrohrproblem [52] und der zweidimensionalen Simulation der Umströmung eines Zylinders untersucht [83]. Sowohl der Vergleich mit analytischen Ergebnissen der Wellenausbreitung im Stoßrohr als auch die gute Übereinstimmung der Strouhal-Zahl bei der Wirbelablösung am Zylinder mit experimentellen und weiteren numerischen Ergebnissen hat gezeigt, daß das zweistufige Runge-Kutta Verfahren als zeitgenau betrachtet werden kann. In diesem Kapitel wird nun beschrieben, wie das k - ω -Turbulenzmodell sowie die instationäre Randbedingung der „sheared-cell“ Technik getestet und verifiziert wurden.

4.1 Simulation turbulenter Strömungen

Zwei unterschiedliche Strömungen wurden zum Test des Turbulenzmodells untersucht. Als erstes wird hier das berechnete Geschwindigkeitsprofil der axialsymmetrischen, turbulenten Strömung in einem Rohr mit Ergebnissen aus Messungen verglichen.

4.1.1 Rohrströmung

Die voll ausgebildete turbulente Strömung im Kreisrohr wurde mit dem Strömungslöser ACHIEVE unter Verwendung des k - ω -Turbulenzmodells berechnet.

Aufgrund der Axialsymmetrie der Strömung wurde die Simulation in einer zweidimensionalen Symmetrieebene durchgeführt. Das Gitternetz bestand aus 256 äquidistanten Zellen in axialer und 64 Zellen mit exponentieller Knotenpunktverteilung in radialer Richtung. Zum Zwecke der Parallelisierung wurde das Gitter in axialer Richtung gleichmäßig in acht Blöcke unterteilt.

Der Durchmesser des Rohres betrug $D = 100\text{ mm}$, bei einem Verhältnis von Rohrlänge zu Durchmesser von $l/D = 150$ [125]. Die Reynolds-Zahl der Strömung, gebildet mit dem Rohrdurchmesser D und der Durchschnittsgeschwindigkeit der Strömung u_m , betrug $Re = 10^5$ bei Umgebungsdruck (1 bar) und Raumtemperatur (293 K).

In Abb. 15 wird das Profil der Axialgeschwindigkeit in radialer Richtung bei $l/D = 140$ als Ergebnis der Simulation mit ACHIEVE und nach Messungen von Xiong und Merzkirch [123] dargestellt.

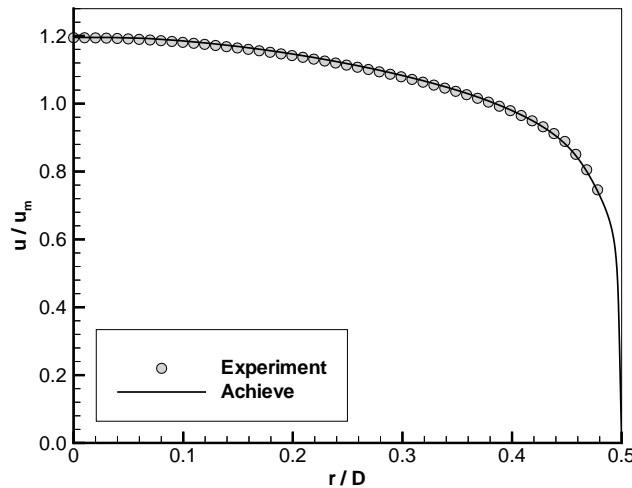


Abbildung 15: Vergleich des berechneten Geschwindigkeitsprofils der vollentwickelten turbulenten Rohrströmung mit dem gemessenen Profil, $Re = 10^5$; u_m entspricht der mittleren Rohrgeschwindigkeit

Das in der Simulation berechnete Profil stimmt sehr gut mit den experimentell ermittelten Daten überein. Das beschränkte räumliche Auflösungsvermögen des im Experiment angewendeten PIV-Verfahrens ermöglicht allerdings keine genauen Aussagen über das Geschwindigkeitsprofil in Wandnähe. Aus diesem Grunde wird das universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz turbulenter Strömungen zur Überprüfung der Genauigkeit des axialen Geschwindigkeitsprofils der Simulation im wandnahen Bereich benutzt.

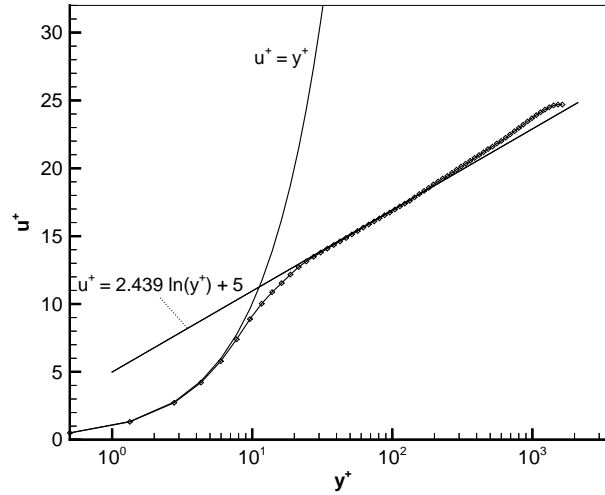


Abbildung 16: Geschwindigkeitsprofil u^+ der axialsymmetrischen, turbulenten Kreisrohrströmung als Funktion der Wandkoordinate y^+ bei $Re = 10^5$

Abb. 16 stellt die dimensionslose Geschwindigkeit u^+ über der logarithmisch aufgetragenen dimensionslosen Wandkoordinate y^+ dar. Dabei gelten die Definitionen:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\eta},$$

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau}, \quad (4.1)$$

mit der Schubspannungsgeschwindigkeit:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (4.2)$$

und der Koordinate y in Normalenrichtung der Wand. Eine ausreichende Anzahl von Punkten im wandnahen Bereich kennzeichnet die gute Auflösung der Grenzschicht mit ($y^+ < 1$) für den wandnächsten Punkt. In der reinviskosen Unterschicht ($0 < y^+ < 5$) stimmt die Kurve sehr gut mit dem theoretischen Verlauf ($u^+ = y^+$) überein und paßt sich in der Übergangsschicht ($5 < y^+ < 60$) stetig dem theoretischen Verlauf der vollturbulenten Schicht, beschrieben durch ($y^+ = 2.439 \ln(y^+) + 5$), an.

Durch den Vergleich der Ergebnisse aus der Simulation mit den experimentellen Daten in der Hauptströmung und der Theorie für den wandnahen Bereich hat eine vollständige Überprüfung des Querschnittes des axialen Geschwindigkeitsprofils stattgefunden. Das implementierte k - ω -Turbulenzmodell hat das untersuchte Axialgeschwindigkeitsprofil dabei in allen Bereichen sehr gut wiedergegeben.

Als weiterer Untersuchungsfall zur Verifikation des Turbulenzmodells sowie zum Vergleich zwischen Fluent und ACHIEVE wurde eine typische Turbomaschinenanwendung untersucht.

4.1.2 Niederdruck Turbinenschaufel T106

Das Niederdruck Turbinenprofil T106 war in der Vergangenheit bereits Gegenstand numerischer [17, 28, 47] und experimenteller Untersuchungen, die ebenfalls in [47] dokumentiert sind. Anhand des statischen Druckes auf der Schaufel werden in diesem Abschnitt laminare und turbulente Simulationsergebnisse der beiden eingesetzten Löser gegenübergestellt und mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Dabei soll weiterhin die Einsetzbarkeit strukturierter und hybrider Gitter aufgezeigt werden.

In Abb. 12 sind die Außenkonturen des blockstrukturierten Gitters, wie es in ACHIEVE verwendet wurde, abgebildet. Auf eine Darstellung des kompletten Netzes (20000 Zellen) wird hier verzichtet, da dieser Gittertyp bereits mehrfach dokumentiert wurde [17, 28]. Für den Strömungslöser Fluent wurde die Geometrie durch nur einen Block mit einem hybriden Gitter (31000 Zellen) diskretisiert. Im Unterschied zum strukturierten Gitter befindet sich die Schaufel hier zentral im Strömungsgebiet (vgl. Abb. 19). Eine Detailansicht beider Gitter im Gebiet um die Schaufelvorderkante ist in Abb. 17 dargestellt.

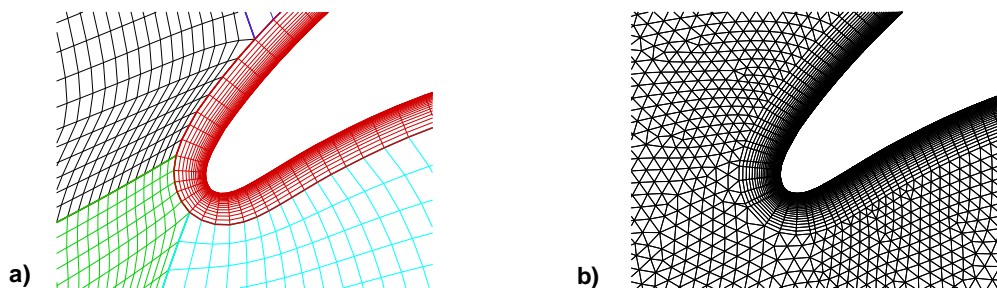


Abbildung 17: Detailansicht des Gitters an der Anströmkante der Turbinenschaufel: a) strukturiertes Gitter (ACHIEVE) und b) hybrides Gitter (Fluent)

Beide Gitter bestehen aus einem O-Netz um die Schaufel, das im Falle des strukturierten Gitters aus 193 Knotenpunkten entlang der Schaufelkontur und 33 exponentiell verteilten Punkten in Normalenrichtung besteht. Das O-Gitter des hybriden Netzes besteht aus (240×50) Punkten und löst die wandnahe Schicht feiner auf als das strukturierte Gitter. Der Wandabstand des ersten Knotenpunkts in Normalenrichtung der Wand ist allerdings in beiden Fällen gleich groß, so daß im untersuchten Fall bei einer Reynolds-Zahl am Eintritt von $Re_1 = 280000$ die Werte des dimensionslosen Wandabstandes $y^+ \approx 1$ betragen.

Im Fall a) grenzen an das O-Gitter drei H-Gitter, die das gesamte Strömungsfeld zwischen den Schaufeln beschreiben (vgl. Abb. 12). Aufgrund der Flexibilität hybrider Gitter kann das freie Strömungsfeld im Fall b) durch nur einen Block abgebildet werden. Der Vorteil in der Verwendung des hybriden Gitters besteht in diesem Fall in der schnelleren und einfacheren Gittergenerierung als im Fall des strukturierten Gitters.

Die thermodynamischen und geometrischen Auslegungsdaten des Turbinengitters in der hier untersuchten Konfiguration sind in Abb. 18 aufgeführt.

Sehnenlänge	l	100 mm
Teilung	t/l	0.799
Abström-Mach Zahl	$Ma_{2,th}$	0.59
Abström-Reynolds Zahl	$Re_{2,th}$	500000
Anströmwinkel	β_1	37.7°
Abströmwinkel	β_2	-63.2°
Umlenkung	$\Delta\beta$	100.9°

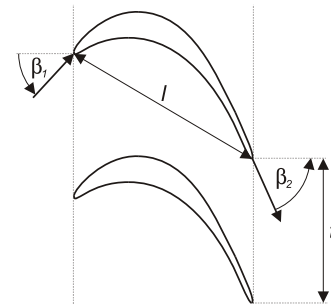


Abbildung 18: Auslegungsdaten des Turbinengitters T106. Der Index $2,th$ bezeichnet den theoretischen Abströmzustand bei isentroper Strömung

Die Simulationen wurden bei einem Totaldruck von $p_{t,1} = 47540 Pa$ und einer Totaltemperatur von $T_{t,1} = 312.9 K$ durchgeführt. Die Mach-Zahl der Anströmung betrug dabei $M_1 = 0.285$. Im Falle der turbulenten Strömung wurde am Eintritt ein konstanter Turbulenzgrad von $I_{t,1} = 5.8\%$ angenommen [47]. Am Austritt wurde der statische Druck mit $p_2 = 37600 Pa$ vorgegeben.

Mit beiden Strömungslösern wurde die Strömung sowohl laminar als auch mit dem jeweiligen Zweigleichungs-Turbulenzmodell berechnet. Die Reynolds-Zahlen in der An- und Abströmung betrugen dabei $Re_1 = 280000$ und $Re_2 = 525000$.

In Abb. 19 werden die Dichtekonturen als Ergebnis der laminaren Simulation mit Fluent dargestellt.

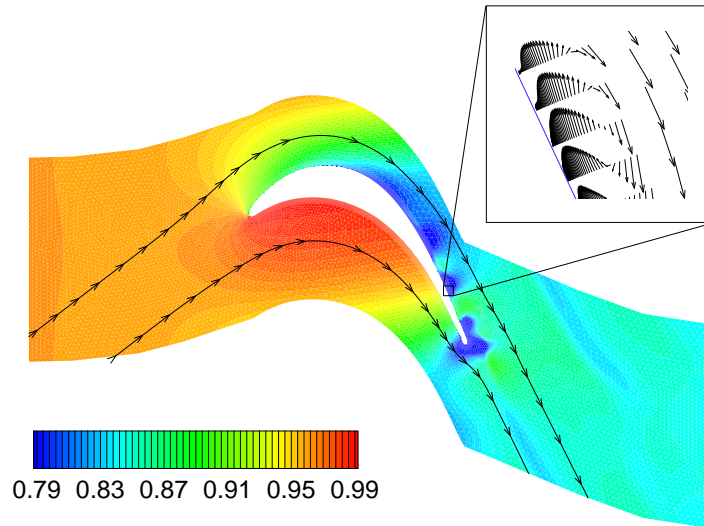


Abbildung 19: Dichtekonturen in der Schaufelpassage des T106-Profiles als Ergebnis der laminaren Fluent-Simulation

Die Stromlinien kennzeichnen die Umlenkung der Strömung durch das Schaufelprofil. Deutlich sind die signifikanten Strömungsphänomene wie der erhöhte und erniedrigte Druck auf der Druck- und Saugseite sowie die Nachläufe der Schaufeln zu erkennen. An der Saugseite bilden sich laminare Ablöseblasen aus, die durch den positiven Druckgradienten stromab des Druckminimums auf der Saugseite verursacht werden. Die Ausschnittsvergrößerung des Gebietes um $x/l = 0.89$ zeigt deutlich die Ablösung und Rückströmung auf der Saugseite und visualisiert gleichzeitig die gute Auflösung des wandnahen Bereichs. Auf eine Darstellung des Simulationsergebnisses der laminaren ACHIEVE-Berechnung wird hier verzichtet. Es sieht dem von Fluent sehr ähnlich und beinhaltet keine wesentlichen zusätzlichen Informationen. Einzig die Ausprägung der Ablöseblasen ist dabei nicht derart signifikant und tritt auch erst weiter stromabwärts auf als es von Fluent berechnet wurde.

Als Ergebnis der turbulenten Simulationen werden in Abb. 20 die Dichtekonturen - berechnet mit ACHIEVE unter Verwendung des $k-\omega$ -Turbulenzmodells - dargestellt. Ähnlich wie in der laminaren Simulation hat sich das Strömungsfeld in der Schaufelpassage ausgebildet. Hervorzuheben ist allerdings die im turbulenten Fall nicht mehr auftretende Ablösung an der Saugseite. In der Ausschnittsvergrößerung ($x/l \approx 0.89$) ist die fein aufgelöste, turbulente Grenzschicht ohne Ablösung

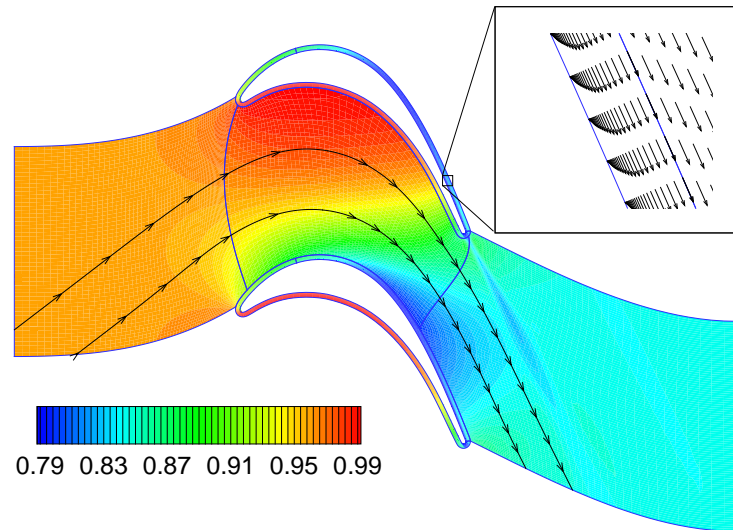


Abbildung 20: Dichtekonturen in der Schaufelpassage des T106-Profiles als Ergebnis der turbulenten ACHIEVE-Simulation

entlang der Schaufelkontur zu erkennen. Wie schon im Falle der laminaren Simulation wird auf eine Darstellung der Ergebnisse des anderen Löser (Fluent) verzichtet, da in der Betrachtungsweise der Konturplots und der Vektoren in der Grenzschicht keine signifikanten Unterschiede zu erkennen sind.

Eine quantitative Analyse der Simulationsergebnisse ermöglicht einen Vergleich des berechneten statischen Druckverlaufs auf dem Schaufelprofil und deren Gegenüberstellung mit den Meßergebnissen (Abb. 21).

Auf der Druckseite ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Meßwerte mit den Simulationsergebnissen, wenn die Kurven der ACHIEVE-Simulationen und der turbulenten Fluent-Simulation betrachtet werden. Eine ungenaue Berechnung offenbart der Druckverlauf der laminaren Simulation mit Fluent. Hier ist das Druckniveau auf dem gesamten Schaufelprofil etwas zu niedrig berechnet worden. Erhebliche Abweichungen von den Meßwerten treten auf der Saugseite auf. Die schon vorher diskutierten Ablöseblasen sind im Druckverlauf der laminaren Simulationen deutlich zu erkennen. Besonders Fluent berechnet ab der Stelle des Druckminimums ($x/l = 0.65$) auf der Saugseite stark abgelöste Strömungen, während dieser Effekt in ACHIEVE erst bei stärker zunehmendem Druckgradienten ab $x/l = 0.85$ auftritt. Entsprechend sind die Amplituden der die Ablösung kennzeichnenden Druckschwankungen im Falle der ACHIEVE-Lösung erheblich niedriger als bei den Fluent-Ergebnissen. Desweiteren zeigen die laminaren ACHIEVE-Ergebnisse eine negative Abweichung von den Meßergebnissen im vorderen Bereich der Saugseite, wo die Beschleunigung der Strömung zu

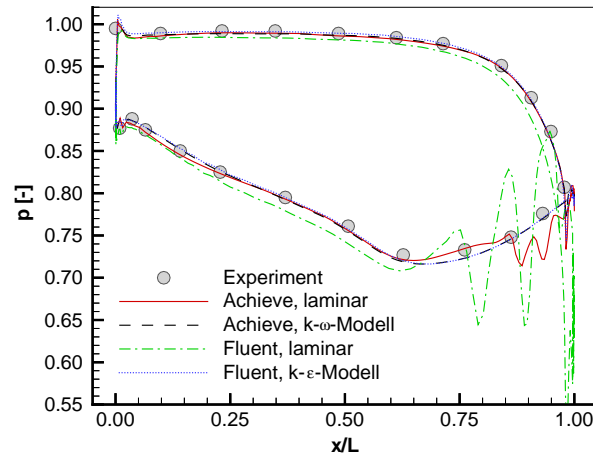


Abbildung 21: Statischer Druck auf dem Schaufelprofil T106

groß berechnet wurde. Die Kurven der turbulenten Simulationen aus Fluent und ACHIEVE sind nahezu identisch und bilden den Verlauf der Meßergebnisse sehr exakt ab. Einzig im hinteren Bereich der Saugseite ist eine geringe Abweichung von den Meßdaten zu beobachten.

Die Qualität der Simulationsergebnisse spiegelt sich desweiteren auch in der Abweichung der berechneten Umlenkung $\Delta\beta$ vom Auslegungszustand wider (Tab. 3).

Tabelle 3: Umlenkung $\Delta\beta$ der Strömung im T106-Profil

	ACHIEVE		Fluent	
	laminar	turbulent	laminar	turbulent
$\Delta\beta_{sim}$	100.68°	100.95°	99.53°	100.94°
$\Delta\beta - \Delta\beta_{sim}$	0.22°	-0.05°	1.37°	-0.04°

Besonders Fluent berechnet die Umlenkung im Falle einer angenommenen laminaren Strömung sehr ungenau, während das Ergebnis von ACHIEVE schon wesentlich genauer den Wert des Auslegungszustandes bestimmt. Unter Einsatz der Turbulenzmodelle berechnen sowohl ACHIEVE als auch Fluent die Umlenkung sehr exakt. Die absoluten Winkelabweichungen von 0.04° bzw. 0.05° entsprechen relativen Fehlern von weniger als 0.05 % und sind sehr zufriedenstellend.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die eingesetzten Turbulenzmodelle den statischen Druck auf dem Profil der Turbinenschaufel T106 sehr genau berechnen und gegenseitig exzellent miteinander übereinstimmen. Auch die berechnete Umlenkung der Strömung zwischen den Eintritts- und Austrittsebenen

stimmt mit den experimentellen Daten sehr gut überein. Obwohl in Fluent die Verwendung von Standard-Wandfunktionen bei den hier verwendeten Auflösungen von $y^+ < 20$ nicht empfohlen wird, sind bei den durchgeführten Simulationen keine Probleme aufgetreten. Vielmehr brachte der Einsatz des Zwei-Zonen-Randmodells oder anderer Formen des k - ϵ -Modells in diesem Anwendungsfall keine meßbaren Veränderungen in den hier betrachteten physikalischen Größen. Es wurde weiterhin gezeigt, daß die Verwendung hybrider Gitter im Fall der turbulenten Simulationen gerechtfertigt ist. Die Abweichung der laminaren Fluent-Lösung ist wohl eher auf den Lösungsalgorithmus zurückzuführen als auf das Gitter, das in der für die Ablösung maßgeblichen Grenzschicht in beiden Fällen ja ohnehin sehr ähnlich ist. Eine genaue Analyse der Gitterabhängigkeit laminarer Strömungen in Fluent wurde allerdings nicht vorgenommen, da im weiteren Verlauf dieser Arbeit nur noch turbulente Strömungen betrachtet werden.

Die Verifizierung der instationären Randbedingung zur Kopplung von Stator- und Rotorgeometrien erfolgt anhand der Simulation des zweistufigen AccuTestTM Turbinenradgaszählers. In Kap. 4.2 werden die Ergebnisse hinsichtlich der dabei auftretenden Unterschiede bei der Berechnung mit impliziten oder expliziten Zeitintegrationsverfahren dargestellt.

4.2 Stator/Rotor Interaktion

Die Stator/Rotor Interaktionen werden am Beispiel der Strömung im Mittelschnitt des Turbinenradgaszählers in einem ebenen Schaufelgitter (Abb. 22) betrachtet. Das auch als Kaskadenmodell bezeichnete ebene Schaufelgitter entsteht aus der Abwicklung eines koaxialen Zylinderschnittes des zweistufigen Turbinenradgaszählers in eine Ebene. Es wird angenommen, daß die Strömung in jeder Schaufelpassage identisch ist und durch eine periodische Behandlung der äußeren Ränder jeder Schaufelpassage abgebildet werden kann.

Das strukturierte ACHIEVE-Gitter (Abb. 22 a) besteht aus neun einzelnen Blöcken mit einer Summe von 30000 Zellen, während das hybride Fluent-Gitter (Abb. 22 b) das Strömungsgebiet in nur vier Blöcke unterteilt und aus 35000 Zellen besteht. Der wandnahe Bereich des Gitters ist in beiden Fällen gleich fein aufgelöst. Die Ausschnittsvergrößerungen der Anströmung des ersten Rotors und der Abströmkante des ersten Leitrades veranschaulichen die hohe Auflösung der wandnahen Bereiche sowie den Übergang vom strukturierten zum unstrukturierten Teil des Fluent-Gitters.

Zur Überprüfung des Verfahrens wurde die Strömung im Turbinenradgaszähler bei einem Druck von $p=1\text{ bar}$ und einer Mach-Zahl von $M=0.11$ bei ungestörter

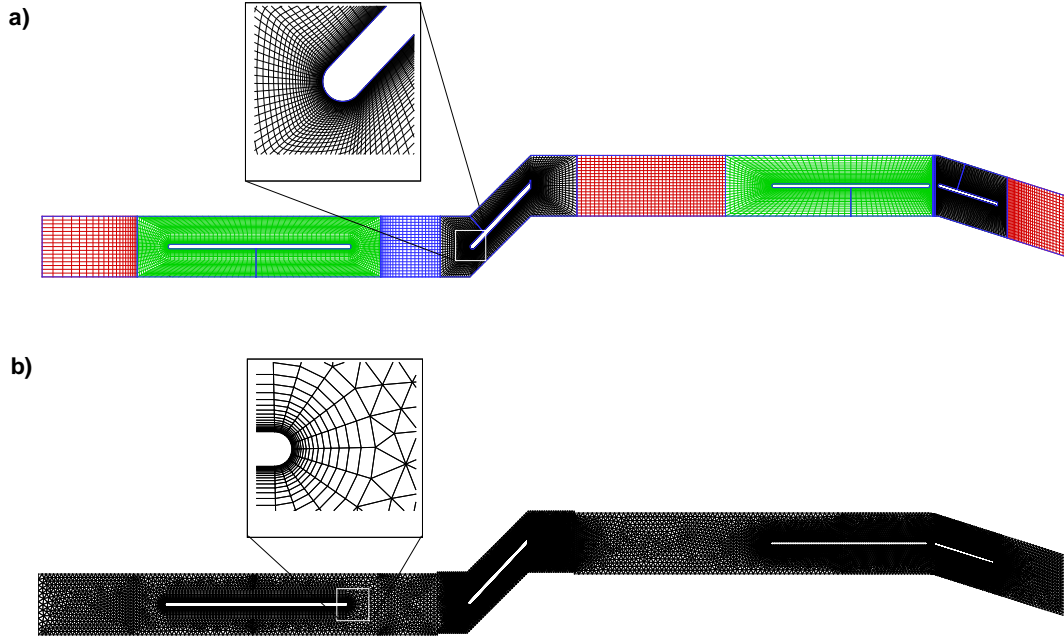


Abbildung 22: Ebenes Schaufelgitter des zweistufigen Turbinenradgaszählers; a) blockstrukturiertes ACHIEVE-Gitter, b) hybrides Fluent-Gitter

Strömung am Eintritt des Zählers betrachtet. Auf nähere Einzelheiten der Simulationsparameter und den Annahmen, die diesem geometrischen Modell zu Grunde liegen, soll hier nicht eingegangen werden, da die physikalische Bedeutung der Ergebnisse ausführlich in Kap. 5.1 diskutiert wird. An dieser Stelle soll lediglich die Funktionalität der in ACHIEVE implementierten „sheared-cell“ Technik anhand der zeitabhängigen Schaufelkräfte, beschrieben durch den Tangentialkraftbeiwert der Schaufel, getestet werden.

Da keine experimentellen Daten über den zeitlichen Verlauf der Schaufelkräfte des Zählers vorliegen, wurden die mit dem Löser Fluent berechneten Werte zum Vergleich mit den ACHIEVE-Ergebnissen herangezogen. Fluent wurde in der Vergangenheit bereits für die Berechnung von Stator/Rotor Interaktionen in einer einhalbstufigen Turbine erfolgreich mit Hilfe von dokumentierten Meßergebnissen (ERCOFTAC U1) validiert [32] und eignet sich deshalb als Referenz zum Test des Lösungsalgorithmus in ACHIEVE.

Der zeitliche Verlauf des Tangentialkraftbeiwertes, definiert als

$$c_t = \frac{F_t}{\frac{1}{2} \rho_{ref} w_{ref}^2 A_{ref}}, \quad (4.3)$$

wobei F_t die tangentielle Schaufelkraft ist und der Index *ref* den Referenzzustand am Eintritt in den Zähler beschreibt, wird in Abb. 23 für beide Rotoren und Statoren, jeweils berechnet mit ACHIEVE und Fluent, dargestellt.

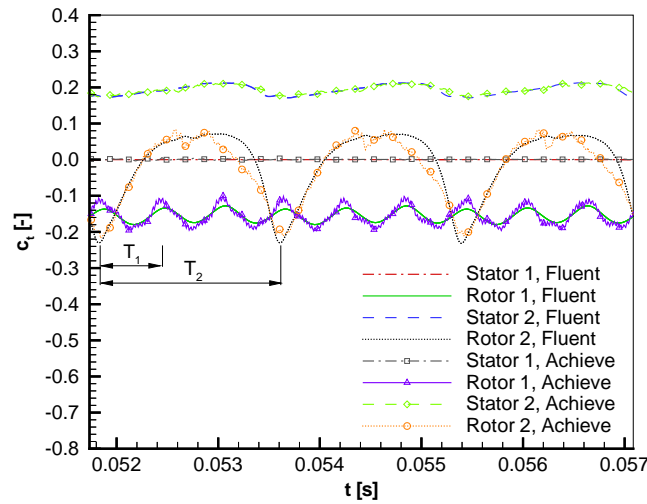


Abbildung 23: Zeitlicher Verlauf des Tangentialkraftbeiwertes c_t der Schaufeln als Ergebnis aus ACHIEVE- und Fluent-Berechnungen

Es ist eine gute Übereinstimmung der zeitlichen Verläufe der Schaufelkraftbeiwerte und deren absoluter Größen zu erkennen. Zieht man die ungestörte Anströmung in Betracht, die zu einer symmetrischen Umströmung des Profils des ersten Stators führt, so ist der absolute Wert des Tangentialkraftbeiwertes des ersten Stators von Null plausibel. Beide Löser geben diesen Wert richtig wieder. Sehr gut ist auch die Übereinstimmung der Kurven, die den Beiwert des zweiten Stators beschreiben.

Einige Differenzen finden sich im Verlauf der Tangentialkraftbeiwerte bei der Betrachtung der Kurven für die beiden Rotoren. In beiden Fällen stimmt der Kurvenverlauf in der zeitlichen Auflösung prinzipiell überein. Die Periodendauern T_1 und T_2 der translatorischen Bewegung der Rotoren von einer Statorpassage zur nächsten werden exakt wiedergegeben und wurden in beiden Lösern gleich berechnet. Im Falle des zweiten Rotors wurde der Tangentialkraftbeiwert c_t nach Erreichen des Maximums allerdings kleiner als in Fluent berechnet. Während in der Fluent-Lösung der Wert des Tangentialkraftbeiwertes längere Zeit nahezu konstant ist, sinkt c_t im Falle der ACHIEVE-Lösung viel schneller ab.

Weiterhin läßt sich feststellen, daß die Kurven aus ACHIEVE viel stärkeren Schwankungen relativ hoher Frequenz unterworfen sind, und, daß das lokale Minimum des Tangentialkraftbeiwertes des zweiten Rotors für hohe c_t Werte mit

ACHIEVE viel besser aufgelöst wird als mit Fluent. Der Grund ist die Verwendung des expliziten Zeitschrittverfahrens in ACHIEVE und des impliziten Verfahrens in Fluent. Aufgrund des beschränkten Zeitschritts expliziter Verfahren wurde die Periodendauer T_1 des ersten Rotors in ACHIEVE mit 65000 Zeitschritten aufgelöst, während in der Fluent-Berechnung dafür nur 20–60 Zeitschritte benutzt wurden, die ihrerseits natürlich jeweils wesentlich mehr Rechenzeit in Anspruch nahmen als ein expliziter Zeitschritt. Ein weiterer Grund für die Schwankungen in den ACHIEVE-Ergebnissen ist die Verwendung der „sheared-cell“ Technik. Jedesmal wenn die verscherten Zellen ihren Tauschpartner wechseln wird eine kleine Störung im Integrationsgebiet erzeugt, die sich nach allen Richtungen ausbreitet und sich somit auf die Berechnung von c_t auswirkt. Eine Verbesserung könnte hier erzielt werden, wenn die Anzahl der Zellen an der interzonalen Blockgrenze zwischen Stator und Rotor erhöht, oder die „sliding-mesh“ Technik benutzt wird.

Es läßt sich festhalten, daß die in ACHIEVE implementierte „sheared-cell“ Technik die instationären Schaufelkräfte im wesentlichen richtig berechnet hat und den zeitlichen Verlauf wiedergibt. Ein Nachteil in der praktischen Anwendung sind allerdings die sehr kleinen Zeitschrittweiten, die im Falle der Geometrie des AccutestTM Turbinenradgaszählers durch die sehr kleinen Zellen im Spalt zwischen den Schaufeln der zweiten Stufe verursacht wurden. Außerdem sollte die Anzahl der Zellen an der interzonalen Grenze zwischen Stator und Rotor deutlich erhöht werden, damit die hochfrequenten Schwankungen in den mit ACHIEVE berechneten c_t -Kurven gemindert werden.

Kapitel 5

Simulation der Strömung im Turbinenradgaszähler

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der zwei- und dreidimensionalen Simulationen des AccuTestTM Turbinenradgaszählers beschrieben. Ausgehend von der Definition der zweidimensionalen Geometrie wird zuerst die Umströmung des ersten Rotors ausführlich dargestellt. Anschließend erfolgt die Auswertung der Stator/Rotor Interaktionen, bei der auch die Kopplung der beiden Stufen des Zählers untersucht und ein modifiziertes Design des Zählers vorgeschlagen wird. Im zweiten Teil des Kapitels wird das Modell der dreidimensionalen Geometrie beschrieben. Die Auswertung der Simulationen gibt einen Überblick über das allgemeine Verhalten der Strömung im Zähler sowie über Details wie die Strömung im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse oder den Einfluß der Geschwindigkeitsgrenzschichten auf den Anstellwinkel der Strömung im Rotor.

5.1 2-D Simulationen

5.1.1 Definition der Geometrie

Die zweidimensionalen Simulationen wurden im Mittelschnitt des Turbinenradgaszählers in einem als eben angenommenen Schaufelgitter durchgeführt. In der Realität besteht der zweite Rotor aus 14 Schaufeln, während die Beschaufelung beider Statoren sowie des ersten Rotors aus 16 Schaufeln aufgebaut ist. Mit dem Ziel, Rechenzeit zu sparen, wurde in dem bereits in Kap. 4.2 beschriebenen Kaskadenmodell die Geometrie allerdings auf nur eine Schaufelpassage jeden Stators und Rotors reduziert. Diese Schaufelpassage wurde dann als periodisch in Umfangsrichtung betrachtet. Demzufolge mußte die Anzahl der Schaufeln des

zweiten Laufrades von 14 auf 16 angepaßt werden, damit die Berechnung der Strömung in nur einem Schaufelkanal durchgeführt werden konnte. Die periodische Behandlung der Geometrie in Umfangsrichtung impliziert weiter, daß die Strömung in jeder Schaufelpassage identisch ist. Aufgrund dessen können mit diesem Modell nur ungestörte Eintrittsprofile abgebildet werden. Eine weitere Vereinfachung der Realität wurde durch die Anpassung der Drehgeschwindigkeiten, im Falle der zweidimensionalen Strömung der Translationsgeschwindigkeiten der Rotoren, vollzogen. In der Realität beträgt das Drehzahlverhältnis der beiden Rotoren in einem weiten Anwendungsbereich $N_1/N_2 = 2.86$ und wurde hier auf $N_1/N_2 = 3.0$ korrigiert, damit die Strömung innerhalb der zweidimensionalen Geometrie einen zeitlich periodischen Verlauf annimmt.

Die Auswirkungen der Änderung der Schaufelanzahl im zweiten Rotor und die Anpassung der Drehgeschwindigkeiten auf die Simulationsergebnisse wurde anhand einer Simulation mit dem wirklichen Schaufelverhältnis von sieben zu acht in der zweiten Stufe überprüft. Ein Vergleich der berechneten Strömungsfelder aus der Testkonfiguration mit dem richtigen Schaufelverhältnis und der Simulation in nur einer Schaufelpassage zeigte keine signifikanten Unterschiede und belegte, daß die hier getroffenen Annahmen die Gültigkeit der Ergebnisse nicht einschränken.

In Abb. 24 wird das Integrationsgebiet der zweidimensionalen Simulation in der Mittelebene ($D_m = 133.1 \text{ mm}$, vgl. Abb. 4) dreifach dargestellt. Die Geschwindigkeiten und der Massenstrom, hier eingezeichnet für den Fall von $\dot{Q} = 100\% \dot{Q}_{max}$ bei $p_0 = 1 \text{ bar}$, vermitteln einen Eindruck über die Größenverhältnisse der Strömung im Zähler.

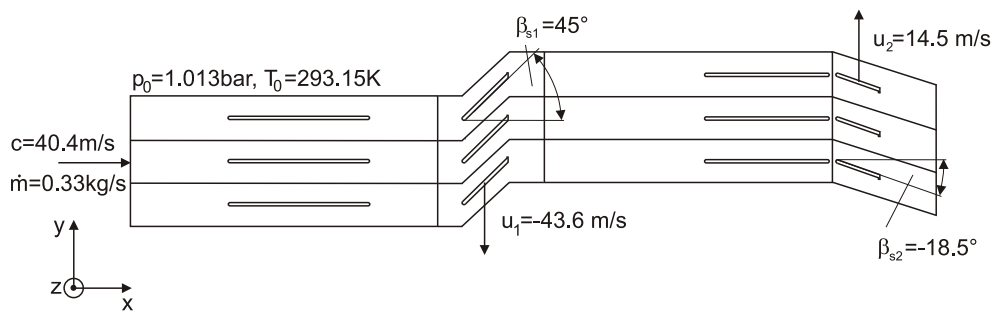


Abbildung 24: Geometrisches Modell der zweidimensionalen Simulation des Turbinenradgaszählers

Die Simulationen wurden mit dem Fluid Luft zunächst bei einem Druck von $p_0 = 1 \text{ bar}$ und später auch für 10 bar durchgeführt. Die totale Temperatur betrug dabei jeweils $T_0 = 293.15 \text{ K}$. Wie schon in den vorherigen Kapiteln erwähnt,

wurde die Strömung als kompressibel betrachtet, da lokale Mach-Zahlen um etwa $M = 0.3$ im Strömungsgebiet auftraten. Für den in Abb. 24 dargestellten Fall des maximalen Durchsatzes bei einem Druck von $p_0 = 1 \text{ bar}$, betrug die absolute Eintrittsgeschwindigkeit in den Zähler $c = 40.37 \text{ m/s}$. Das Drehzahlverhältnis $N_1 : N_2 = 105 \text{ s}^{-1} / 35 \text{ s}^{-1} = 3 : 1$ zwischen erstem und zweitem Rotor resultiert aus den unterschiedlichen Einbauwinkeln $\beta_{s1} = 45^\circ$ und $\beta_{s2} = -18.5^\circ$ der Rotoren. Die Umrechnung der Drehzahlen in translatorische Geschwindigkeiten ergab $u_1 = -43.6 \text{ m/s}$ und $u_2 = 14.5 \text{ m/s}$. In Tab. 4 sind die Anströmgeschwindigkeiten c und Reynolds-Zahlen Re des zweidimensionalen Modells in Abhängigkeit vom Druck p_0 aufgelistet. Hier wurde die Sehnenlänge des ersten Rotors $l_{ref} = 0.03678 \text{ m}$ als Referenzlänge zur Bestimmung der dimensionslosen Beiwerte und Kennzahlen benutzt.

Tabelle 4: Strömungsgeschwindigkeit c und Reynolds-Zahl Re im zweidimensionalen Modell bei $T_0 = 293.15 \text{ K}$ sowie $p_0 = 1 \text{ bar}$ und $p_0 = 10 \text{ bar}$ für das Arbeitsmedium Luft

$p_0 [\text{bar}]$	$c_{min} [\text{m/s}]$	$c_{max} [\text{m/s}]$	$Re_{min} [-]$	$Re_{max} [-]$
1	2.24	40.37	$5.45 \cdot 10^3$	$98.30 \cdot 10^3$
10	0.71	40.95	$17.80 \cdot 10^3$	$1.02 \cdot 10^6$

Alle hier verwendeten Geschwindigkeiten sowie der thermodynamische Betriebszustand wurden experimentell ermittelt und basieren auf Informationen des Zählerherstellers [104]. In den folgenden Kapiteln wird lediglich der Druck und der prozentuale Anteil des maximalen Durchsatzes zur Beschreibung des untersuchten Betriebspunktes angegeben. Hierbei kann für den AccuTestTM Zähler mit der Nennweite von 6'' näherungsweise angenommen werden, daß der maximale Durchsatz proportional zum Betriebsdruck steigt.

5.1.2 Umströmung des ersten Rotors

In diesem Kapitel wird die Umströmung des ersten Rotors analysiert. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der Erklärung der Funktion einer speziell konstruierten und patentrechtlich geschützten Abströmkante, die die Genauigkeit des Zählers erhöhen soll. Desweiteren wird die Abhängigkeit der Umströmung des ersten Rotors von verschiedenen Parametern wie Anströmwinkel, Druck oder Volumenstrom untersucht und anhand der Ergebnisse auf die Bedeutung für die Meßgenauigkeit des Zählers geschlossen. Dabei wird insbesondere auf das Problem des Hochdruckversatzes (vgl. Kap. 2) eingegangen. Die zweidimensionalen Simulationen wurden im Relativsystem mit dem Strömungslöser ACHIEVE auf dem Teil

des ebenen zweidimensionalen Gitters, daß den ersten Rotor diskretisiert, durchgeführt. In Abb. 25 werden der An- und Abströmzustand sowie die Geometrie definiert.

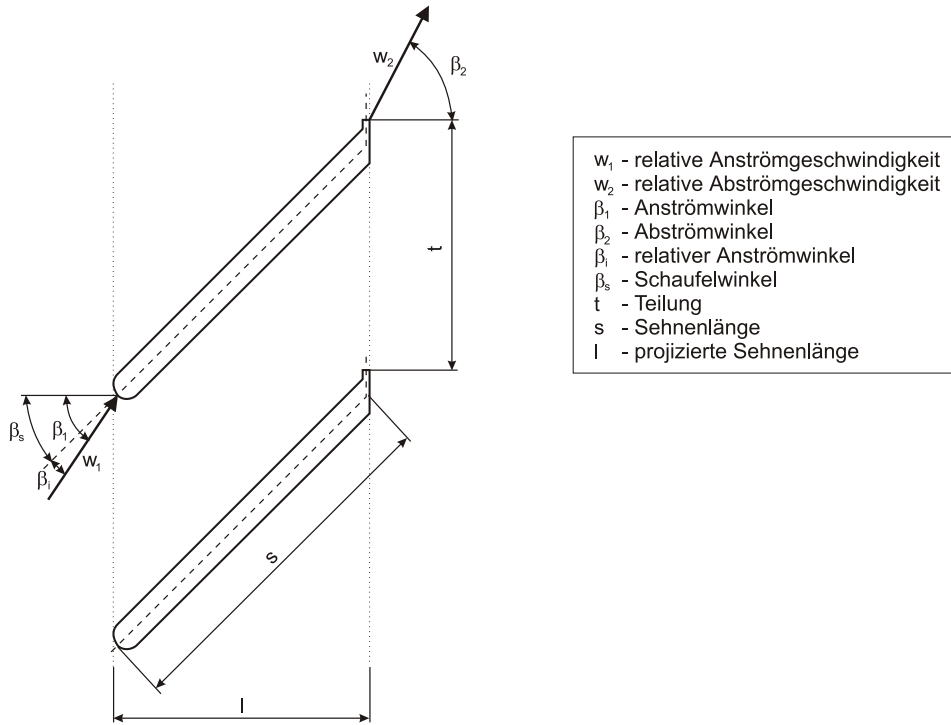


Abbildung 25: Geometrisches Modell des ersten Rotors des Turbinenradgaszählers

Der Rotor besitzt eine kreisrunde Anströmkante und ist, abgesehen von der asymmetrischen Abströmkante, nicht gewölbt. Der Schaufelwinkel beträgt in der Mittelebene $\beta_s = 45^\circ$ und variiert in der dreidimensionalen Konfiguration zwischen $\beta_{s,Nabe} = 40.9^\circ$ und $\beta_{s,Spitze} = 49^\circ$. Das Teilungsverhältnis beträgt in der Mittelebene $t/s = 0.71$.

Ein Problem bei der Durchflußmessung mit Turbinenradgaszählern ist die reduzierte Genauigkeit im Bereich kleiner Volumenströme, die besonders bei kleinen Drehzahlen hauptsächlich durch Reibungskräfte in den Lagern verursacht wird. Es besteht aber die Möglichkeit, die Genauigkeit des Zählers in diesem Bereich durch einen zusätzlich erzeugten Auftrieb zu erhöhen. Im Falle des AccuTestTM Turbinenradgaszählers wurde eine feststehende Klappe, im folgenden als Absatz bezeichnet, an der Druckseite der Abströmkante konstruiert [108]. Der Absatz erfüllt im wesentlichen die gleiche Funktion wie die Landeklappen am Tragflügel

eines Flugzeugs. Durch ihn wird die Wölbung des Profils erhöht, woraus selbst für kleine Anströmwinkel β_i ein zusätzlicher Auftrieb resultiert.

Zuerst wird der Einfluß variierender relativer Anstellwinkel β_i auf die Umströmung der Anströmkante des Rotors untersucht. In Abb. 26 werden die Konturen des statischen Drucks sowie die Vektoren und Stromlinien der Relativgeschwindigkeit für $\beta_i = 0^\circ$, 2.5° und 5.0° für den Fall von $p = 1 \text{ bar}$ und $\dot{Q} = 50\%$ des maximalen Volumenstroms dargestellt. Die Reynolds-Zahl, berechnet mit der Anströmgeschwindigkeit c_1 beträgt dabei $Re = 49000$. Aus Experimenten, in denen für definierte Massenströme \dot{m} die Drehzahlen $N_{1,2}$ der Rotoren ermittelt wurden, ist bekannt, daß der Winkel β_i in der Praxis um wenige Zehntel Grad um den hier betrachteten Wert von $\beta_i = 2.5^\circ$ schwankt.

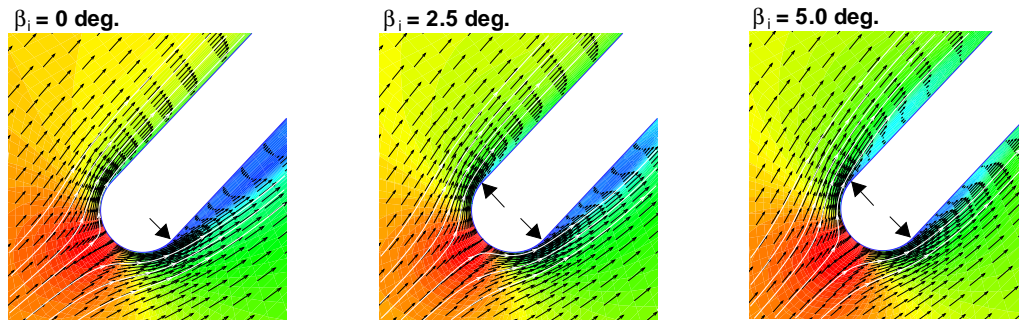


Abbildung 26: Konturen des statischen Drucks p sowie Vektoren und Stromlinien der relativen Geschwindigkeit w bei der Umströmung des ersten Rotors

In allen drei Fällen ist die Bildung des Staupunktes an der Anströmkante deutlich zu erkennen. Die Gebiete niedrigen Drucks auf der Druck- und besonders der Saugseite des Rotors kennzeichnen die Beschleunigung der Strömung um die Anströmkante. Die eingezeichneten Pfeile deuten auf Strömungsablösung aufgrund eines positiven Druckgradienten infolge der Beschleunigung um die Anströmkante hin. Besonders auf der Saugseite, wo Ablösung bei allen untersuchten relativen Anströmwinkeln β_i auftritt, ist die Rückströmung bei genauer Betrachtung der Geschwindigkeitsvektoren deutlich zu erkennen. Die Ausdehnung der saugseitigen Ablösegebiete entlang der Schaufelkontur nimmt dabei für wachsende Winkel β_i ab. Auf der Druckseite tritt die in dieser Darstellung nur schwer zu erkennende Ablösung für relative Anströmwinkel $\beta_i \geq 2.5^\circ$ auf. Die Größe des Ablösegebietes wächst dabei für steigende Anströmwinkel.

Die Darstellung des statischen Drucks auf der Schaufel (Abb. 27) bestätigt die in

Abb. 26 beobachteten Phänomene.

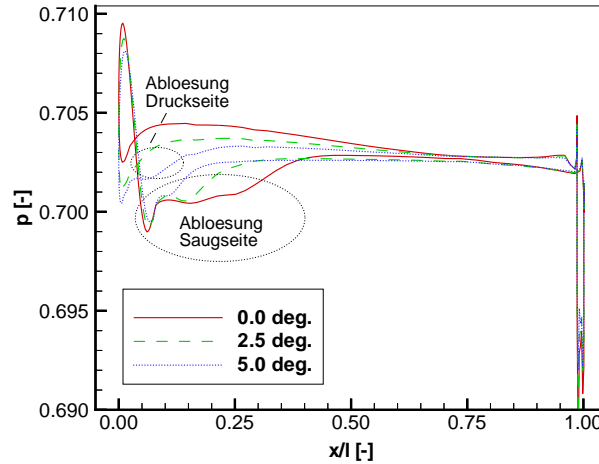


Abbildung 27: Statischer Druck auf der Schaufeloberfläche des ersten Rotors für $\beta_i = 0^\circ$, 2.5° und 5.0° ; x/l bezeichnet die entdimensionierte Länge des ersten Rotors

Je größer der relative Anstellwinkel β_i , desto geringer wird die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite im vorderen Teil des Rotors, da sich der Stau- punkt von der Druck- zur Saugseite verschiebt. Die Ablösgebiete auf der Saugseite sind durch deutliche Druckschwankungen und die Ausbildung eines Plateaus für $0.08 < x/l < 0.25$, vor allem für den Fall von $\beta_i = 0^\circ$, zu erkennen. Auch auf der Druckseite ist die Ablösung in deutlich schwächerer Form zumindest für den Fall $\beta_i = 5.0^\circ$ erkennbar. Der Verlauf des statischen Drucks an der Abström- kante verändert sich bei der Variation des relativen Anströmwinkels β_i nicht.

Zusätzliche Simulationen bei anderen Volumenströmen und damit auch anderen Einström-Mach-Zahlen zwischen 10% und 90% des maximalen Volumenstroms \dot{Q}_{max} haben gezeigt, daß die Erhöhung der Mach-Zahl eine Vergrößerung der Ablösgebiete zur Folge hat.

Mit Hilfe weiterer Simulationen wurde der Anwendungsbereich des Zählers erfaßt, in dem der sogenannte Hochdruckversatz (vgl. Kap. 2) auftritt. Der Hochdruck- versatz entsteht in der Praxis bei einer Änderung des Betriebsdrucks von 1 bar auf 4 bar und ist bei weiterer Erhöhung des Drucks konstant [84]. Die numerischen Untersuchungen wurden dazu so ausgeweitet, daß der gesamte Durchflußbereich des Turbinenradgaszählers von 10% \dot{Q}_{max} bis 90% \dot{Q}_{max} bei einem typischen Niederdruck (1 bar) und Hochdruck (10 bar) erfaßt werden konnte. Als relativer Anströmwinkel wurde hier der in der Praxis auftretende Winkel $\beta_i = 2.5^\circ$ gewählt.

Zunächst werden die Strömungsverhältnisse an der Anströmkante näher untersucht. Die Verschiebung des Staupunktes aus dem geometrischen Zentrum der Anströmkante bei verschiedenen Volumenströmen und Drücken (Abb. 28 a) soll genaueren Aufschluß über die Ursachen des Hochdruckversatzes geben.

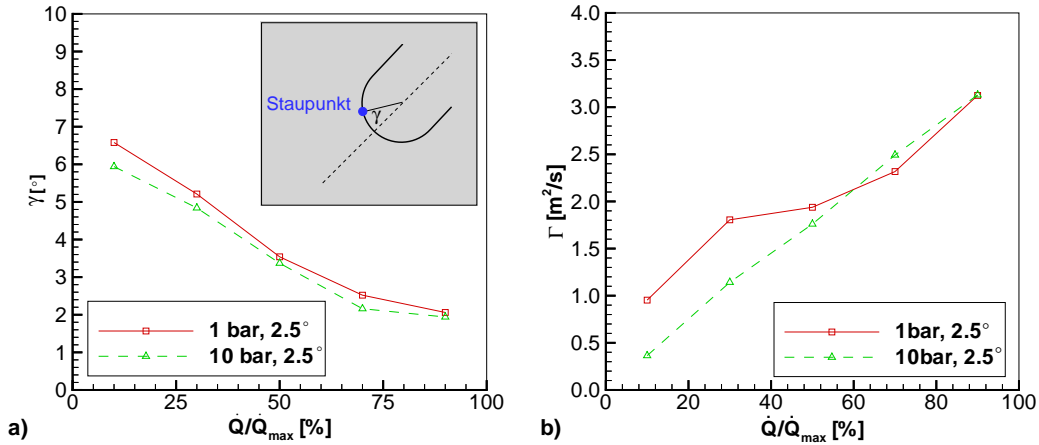


Abbildung 28: a) Verschiebung des Staupunktes γ aus dem geometrischen Zentrum der Anströmkante und b) Zirkulation Γ des ersten Rotors in Abhängigkeit vom Volumenstrom \dot{Q}/\dot{Q}_{max}

Sowohl für 1 bar als auch 10 bar wandert der Staupunkt für steigende Volumenströme ausgehend von $\gamma = 6^\circ - 7^\circ$ für 10% \dot{Q}_{max} bis $\gamma = 2^\circ$ für 90% \dot{Q}_{max} in Richtung des geometrischen Zentrums der Anströmkante. Da die Kurvenverläufe nahezu identisch sind, kann aus diesen Daten nicht auf den Hochdruckversatz geschlossen werden. Die Ursache für die Wanderung des Staupunktes ist somit nicht durch eine separate Betrachtung der Anströmkante zu lösen. Wie aus der Theorie bekannt, ist die Auftriebserzeugung an einem Profil mit einer Wirbelbildung verbunden, die wiederum eine Änderung des örtlichen Anströmwinkels bewirkt. Daß die Änderung des relativen Anströmwinkels β_i tatsächlich Einfluß auf die Staupunktverschiebung γ hat, wird rein qualitativ bereits in Abb. 26 gezeigt. Eine Möglichkeit, die Wirbelbildung auch quantitativ zu erfassen, ist die Bestimmung der Zirkulation Γ . Sie ist allgemein definiert als das Linienintegral der Geschwindigkeit \vec{v} über eine geschlossene Berandungskurve dA (vgl. Abb. 5):

$$\Gamma = \oint \vec{v} dA. \quad (5.1)$$

In der Anwendung des ebenen Plattengitters ergibt sich die Zirkulation zu [36]:

$$\Gamma = c \cdot s \cdot (\tan\beta_2 - \tan\beta_1) \quad (5.2)$$

unter der Annahme, daß die Absolutgeschwindigkeit der Anströmung gleich der Absolutgeschwindigkeit der Abströmung ist ($c_1 = c_2 = c$).

Die Zirkulation Γ ist in Abb. 28 b) für die simulierten Drücke von 1 bar und 10 bar über dem entdimensionierten Volumenstrom \dot{Q}/\dot{Q}_{max} aufgetragen. Bei steigendem Volumenstrom steigt die Zirkulation bei einem Druck von 10 bar im gesamten untersuchten Bereich nahezu linear an, während bei der 1 bar-Kurve eine Änderung der Steigung des Kurvenverlaufs bei etwa 30% \dot{Q}_{max} zu erkennen ist. Für größere Volumenströme nähert sich dann auch die 1 bar-Kurve einem linearen Verlauf, der in etwa die gleiche Steigung wie der Kurvenverlauf bei 10 bar hat. Wird die Definition der Zirkulation aus Gl. 5.2 in Betracht gezogen, so läßt sich feststellen, daß die Umlenkung der Strömung $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ aufgrund der in Abb. 28 b) dargestellten Kurvenverläufe für den Fall von $p = 1 \text{ bar}$ eine nichtlineare Funktion des Volumenstroms sein muß. Diese Aussage kann anhand von Abb. 29 a), die die Umlenkung $\Delta\beta$ als Funktion des entdimensionierten Volumenstroms zeigt, belegt werden.

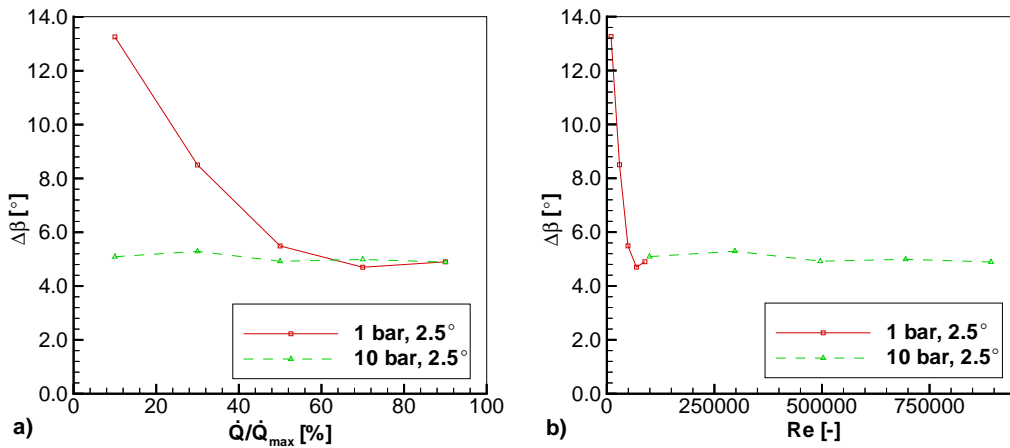


Abbildung 29: Umlenkung der Strömung $\Delta\beta$ als Funktion des dimensionslosen Volumenstroms \dot{Q}/\dot{Q}_{max} (a) und der Reynolds-Zahl (b)

Bei dem Druck von $p = 1 \text{ bar}$ sinkt die Umlenkung der Strömung $\Delta\beta$ mit wachsenden Volumenströmen zwischen 10% und 70% des maximalen Durchsatzes von 13° auf 5° ab und bleibt dann bei weiterer Erhöhung des Volumenstroms nahezu konstant. Dieses Verhalten der Umlenkung $\Delta\beta$ bewirkt die Nichtlinearität in der 1 bar-Kurve der Zirkulation Γ in Abb. 28 b). Im Falle der untersuchten Betriebspunkte bei $p = 10 \text{ bar}$ ist die Umlenkung der Strömung im gesamten Durchflußbereich konstant und beträgt etwa 5°, was dem Wert von $\Delta\beta$ bei 1 bar und hohen Volumenströmen entspricht.

Eine andere Darstellung der Umlenkung $\Delta\beta$ ergibt sich, wenn die Daten nicht über dem Volumenstrom, sondern über der Reynolds-Zahl aufgetragen werden (Abb. 29 b). Bei dieser Darstellung wird ausgenutzt, daß die Reynolds-Zahl des maximalen Volumenstroms bei $p = 1 \text{ bar}$ mit der bei 10% des maximalen Volumenstroms und $p = 10 \text{ bar}$ übereinstimmt. Es resultiert ein kontinuierlicher Verlauf der Umlenkung $\Delta\beta$, wenn die berechneten Daten der beiden Drücke zusammen betrachtet werden. Im Bereich der 1 bar -Kurve nimmt die Umlenkung bis zu einem Wert von $\Delta\beta = 5^\circ$ stark ab und wird dann durch den konstanten Verlauf der 10 bar -Kurve fortgesetzt. Die Kontinuität beider Kurven zeigt, daß nicht die Mach-Zahl, sondern die Reynolds-Zahl das entscheidende Kriterium für die Umlenkung $\Delta\beta$ der Strömung im Rotor ist. Insofern kann eine sogenannte kritische Reynolds-Zahl eingeführt werden, ab deren Überschreitung sich die Umlenkung $\Delta\beta$ nicht verändert. Aus den Graphen wurde für diese Geometrie $Re_{krit} \approx 100000$ ermittelt.

In allen betrachteten Fällen ist der Anströmwinkel β_1 konstant und die Umlenkung $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ variabel. Folglich muß der Abströmwinkel β_2 die Umlenkung im Rotor bestimmen. Eine Untersuchung der Strömungsverhältnisse an der Abströmkante soll im folgenden die Variation des Abströmwinkels β_2 erklären. Desweiteren wird hier die Funktion des bereits erwähnten Absatzes an der Abströmkante erläutert. In Abb. 30 wird die Geometrie und das Strömungsfeld der Abströmkante mit dem druckseitigen Absatz dargestellt. Hier werden die Druckkonturen und Stromlinien für die beiden untersuchten Extremfälle der Reynolds-Zahl bei $p = 1 \text{ bar}$ und 10% (a) sowie $p = 10 \text{ bar}$ und 90% (b) des maximalen Volumenstroms visualisiert.

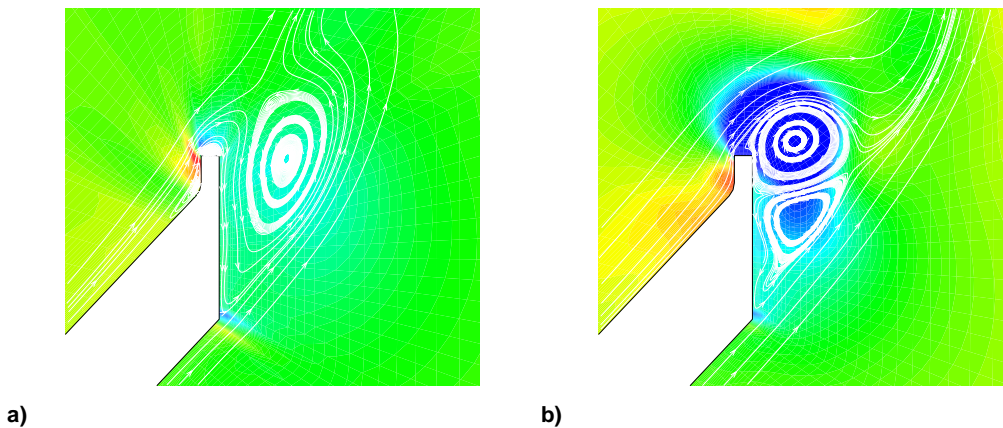


Abbildung 30: Umströmung der Abströmkante des ersten Rotors für (a) 1 bar und $10\% \dot{Q}/\dot{Q}_{max}$ ($Re = 9800$) sowie (b) 10 bar und $90\% \dot{Q}/\dot{Q}_{max}$ ($Re = 918000$)

Die Funktionsweise des Absatzes an der Abströmkante wird deutlich, wenn die Druckkonturen betrachtet werden. Vor dem Absatz bildet sich ein Staupunkt aus, dessen erhöhter Druck gegenüber einem Profil ohne Wölbung bzw. Absatz eine zusätzliche Kraft in die Bewegungsrichtung des Rotors nach unten bewirkt. Im Fall a), der einer Reynolds-Zahl von 9800 entspricht, bildet sich ein dominanter Wirbel aus, der bei der Umströmung der saugseitigen Ecke der Abströmkante entsteht und entgegen dem Uhrzeigersinn rotiert. Über dem Absatz auf der Druckseite des Rotors ist ein kleiner, in Uhrzeigersinn drehender Wirbel erkennbar. Desweiteren ist vor dem Staupunkt, der sich am Absatz auf der Druckseite bildet, ein kleines Rezirkulationsgebiet zu erkennen, daß aber für die Veränderung des Abströmwinkels bei verschiedenen Reynolds-Zahlen nicht von Bedeutung ist. Bei dem Fall von $Re = 918000$ (Abb. 30 b) sind im Nachlaufgebiet des Rotors zwei etwa gleichgroße, entgegengesetzt rotierende Wirbel zu erkennen. Der obere Wirbel entstand aus dem in Abb. 30 a) dargestellten kleinen Wirbel auf dem Absatz, während der untere Wirbel dem dominanten Wirbel bei der kleinen Reynolds-Zahl entspricht. Hier ist nur eine Momentansituation der Strömung dargestellt. In Wirklichkeit beginnen sich die Wirbel für $Re > 20000$ von der Abströmkante des ersten Rotors abzulösen. Erst ab der kritischen Reynolds-Zahl $Re_{krit} = 100000$ verändert sich die Ausbildung der Wirbelstrukturen im Nachlauf des Rotors nicht mehr, so daß der Abströmwinkel β_2 und die damit verbundene Umlenkung $\Delta\beta$ konstant bleiben.

Nachdem die Ergebnisse der zweidimensionalen Simulationen den Hochdruckversatz als eine Abhängigkeit der Strömungsverhältnisse an der Abströmkante plausibel erklärt haben, soll diese Aussage mit berechneten Daten aus dreidimensionalen Simulationen sowie experimentell gewonnenen Erkenntnissen überprüft werden. Wegen der sehr zeitaufwendigen, dreidimensionalen Simulationen wurden nur fünf verschiedene Betriebszustände numerisch untersucht. Als Ergebnis wird in Abb. 31 a) der Momentenbeiwert c_m des ersten Rotors als Funktion der Reynolds-Zahl dargestellt. Der Momentenbeiwert ist definiert als:

$$c_m = \frac{M_p + M_v}{\frac{1}{2} \rho_{ref} c_{ref}^2 A_{ref}}, \quad (5.3)$$

wobei M das von der Strömung auf den Rotor ausgeübte Moment um die Drehachse aufgrund der Druck- (p) und Reibungskräfte (v) ist. Die Größen ρ_{ref} und c_{ref} bezeichnen den Referenzzustand der Anströmung; A_{ref} ist die Fläche der Schaufel.

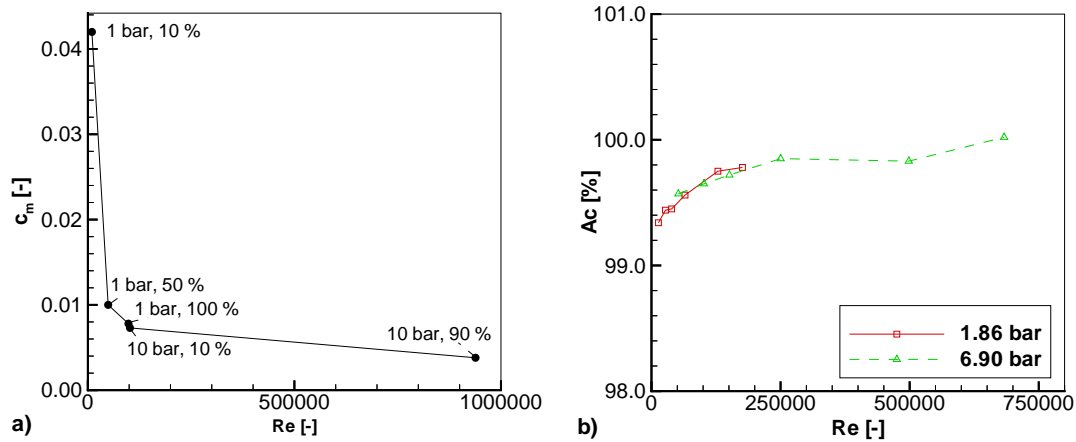


Abbildung 31: Momentenbeiwert c_m (a) und mechanische Genauigkeit Ac (b) als Funktion der Reynolds-Zahl Re

Ähnlich wie im Falle der Umlenkung $\Delta\beta$ sinkt c_m bei wachsender Reynolds-Zahl zunächst stark ab und zeigt dann die Tendenz, sich einem konstanten Wert zu nähern. Auffallend ist desweiteren, daß der Momentenbeiwert c_m bei einem Druck von 1 bar und maximalem Durchfluß in guter Übereinstimmung mit dem Zustand ähnlicher Reynolds-Zahl bei 10 bar und 10% ist.

Da bisher nur berechnete Daten aus zwei unterschiedlichen numerischen Simulationen die Abhängigkeit der Strömung von der Reynolds-Zahl belegt haben, wird als weiterer Vergleichsfall die in Experimenten von der Firma AMCO gemessene mechanische Genauigkeit Ac des Zählers (Abb. 31 b) hinzugezogen. Die mechanische Genauigkeit wurde hier für die Drücke von 1.86 bar und 6.90 bar bestimmt und kann zum Vergleich der numerischen Daten bei $p = 1$ bar und 10 bar benutzt werden, da der Hochdruckversatz bei einem Druck von etwa 4 bar auftritt und somit sowohl im Experiment als auch in der Simulation typische Nieder- und Hochdruck Anwendungen untersucht wurden.

Die mechanische Genauigkeit des Zählers steigt für wachsende Reynolds-Zahlen an und nähert sich ähnlich wie schon die Umlenkung $\Delta\beta$ und der Momentenbeiwert c_m einem konstanten Wert für große Reynolds-Zahlen. Durch den geringen Druckunterschied zwischen Hoch- und Niederdruck überlappen die beiden Kurven in einem sehr großen Reynolds-Zahl Bereich und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung bei unterschiedlichen Drücken und gleicher Reynolds-Zahl.

Als wesentliches Ergebnis der Strömungsanalyse des ersten Rotors bleibt festzuhalten, daß der Vergleich unterschiedlichster physikalischer Größen, die mit numerischen und experimentellen Methoden gewonnen wurden, gezeigt hat, daß der Hochdruckversatz der mechanischen Genauigkeit als eine Abhängigkeit der

Strömung von der Reynolds-Zahl beschrieben werden kann. Desweiteren läßt sich die auftriebserzeugende Funktion des Absatzes an der Abströmkante mit den Ergebnissen der numerischen Simulation erklären.

5.1.3 Simulation beider Stufen des Turbinenradgaszählers

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der zweidimensionalen Simulation des kompletten Turbinenradgaszählers ausgewertet. Die Simulationen wurden bei Drücken von $p = 1 \text{ bar}$ und $p = 10 \text{ bar}$ durchgeführt. Da sich die Ergebnisse der Simulationen bei den verschiedenen Drücken in den hier betrachteten Ergebnissen nicht signifikant unterscheiden, wird in diesem Kapitel nur der Fall von $p = 1 \text{ bar}$ und 100% des maximalen Volumenstroms betrachtet.

Die Darstellung der Dichtekonturen in der Mittelebene des Zählers (Abb. 32 a) gibt einen ersten Überblick über die Strömung. Deutlich ist die Ausbildung des Staupunktes an den Anströmkanten, besonders am Stator und Rotor der ersten Stufe (Abb. 32 a) sowie am Stator der zweiten Stufe (Abb. 32 b) zu erkennen. Die Ausprägung des Nachlaufgebietes stromab des ersten Stators (Abb. 32 a) deutet schon hier auf eine mögliche Beeinflussung des Statornachlaufes auf die Strömungsverhältnisse im ersten Rotor hin. Desweiteren ist der Nachlauf des ersten Rotors zu erkennen. Dessen große Ausdehnung ist vor allem auf die nicht aerodynamisch geformte Abströmkante zurückzuführen. In Abb. 32 b) ist der Rotornachlauf an den Nichtlinearitäten der Stromlinien am linken Bildrand zu erkennen. Der Druck auf der Oberseite des zweiten Stators ist wesentlich geringer als auf der Unterseite, da die Abströmung des ersten Rotors aufwärts gerichtet ist. Die Umlenkung der Stromlinien im Bereich des zweiten Stators, Abb. 32 b), visualisiert, daß hier eine Gleichrichtung der Strömung stattfindet. Auch in der zweiten Stufe sind die Nachläufe des Stators in der Interaktion mit dem zweiten Rotor zu erkennen. Wegen des sehr kurzen axialen Abstandes zwischen dem Stator und dem Rotor sind die daraus resultierenden Stator/Rotor Interaktionen sehr ausgeprägt.

Eine quantitative Betrachtung des Druckverlustes ermöglicht Abb. 32 c), in der der statische Druck als Funktion der Hauptströmungsrichtung x zu zwei verschiedenen Zeitpunkten aufgetragen ist. Hierbei entspricht die Zeit $t = 0$ dem Zeitpunkt, wenn sich die Anströmkante des ersten Rotors stromab des ersten Stators befindet, während $t = 3/6 T_1$ den Zeitpunkt beschreibt, zu dem der Rotor eine halbe Schaufelpassage aus der Ursprungsposition zurückgelegt hat. Der größte Druckverlust tritt hier im Bereich des ersten Rotors auf und variiert nur unerheblich in der Zeit. Der in der Simulation berechnete Druckverlust des Zählers liegt innerhalb der zulässigen, durch die DIN Norm 33800 [1] festgelegten Grenzen.

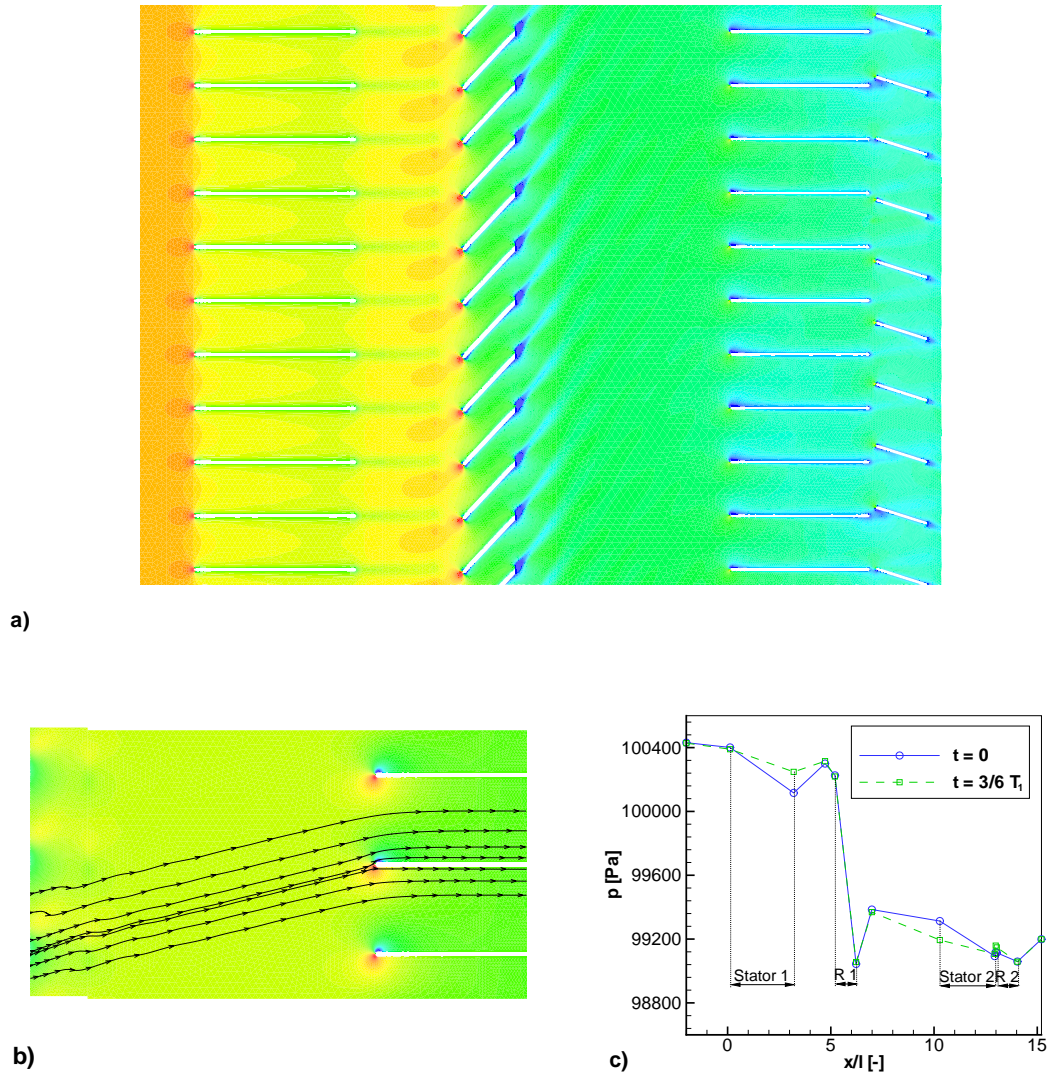


Abbildung 32: a) Dichtekonturen in der Mittelebene des Turbinenradzählers (Simulation mit 14 Schaufeln im zweiten Rotor), b) Stromlinien in der Anströmung des zweiten Stators, c) Verlauf des statischen Drucks im Zähler

In Abb. 33 werden die Dichtekonturen in der zweiten Stufe für eine Periode, das heißt die Zeit, die der Rotor benötigt, um sich von einer Statorschaufel zur nächsten zu bewegen, zu sechs Zeitschritten dargestellt.

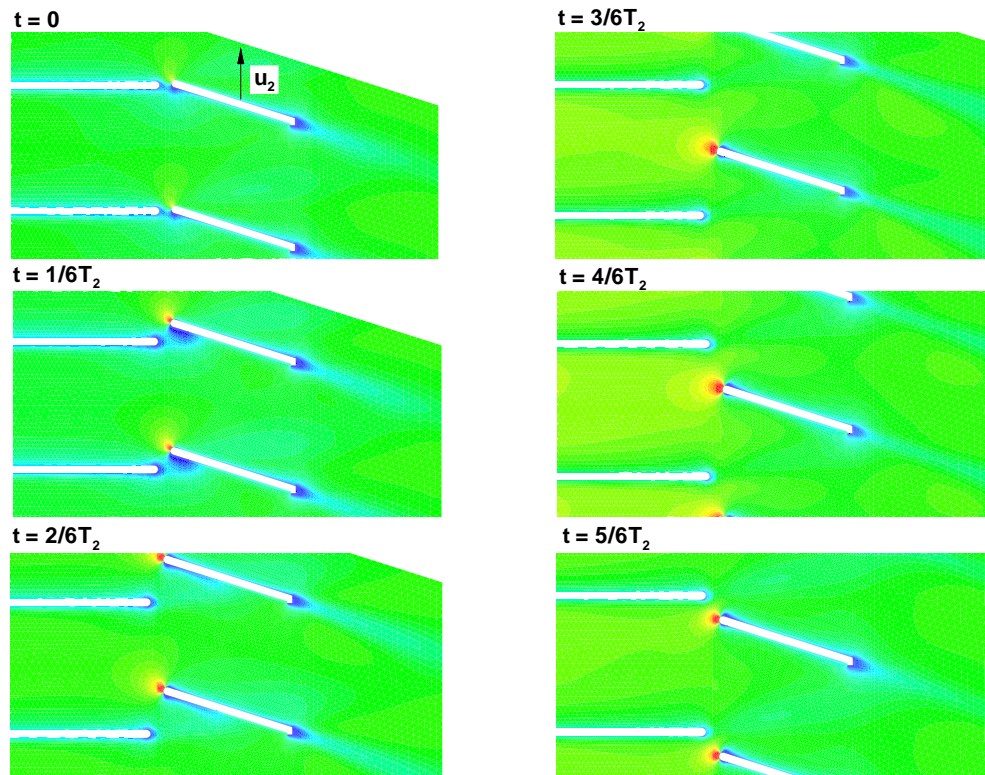


Abbildung 33: Dichtekonturen der instationären Strömung in der zweiten Stufe des Turbinenradgaszählers

Stromab des Stators bildet sich ein Nachlaufgebiet mit geringer Dichte und hoher Entropie aus. Während sich der Rotor nach oben bewegt, interagiert die Anströmkannte des Rotors zum Zeitpunkt $t = 0$ und $t = 1/6 T_2$ mit dem Nachlauf des Stators, so daß ein Gebiet niedriger Dichte auf der Druckseite des Rotors entsteht. Dieses Gebiet niedriger Dichte wird im weiteren zeitlichen Verlauf der Rotorbewegung mit der Hauptströmung entlang der Schaufelkontur stromabwärts konvektiert, bis es schließlich zum Zeitpunkt $t = 3/6 T_2$ so weit dissipiert ist, daß es in der Konturdarstellung nicht mehr zu erkennen ist. Eine genaue Analyse der Geschwindigkeitsvektoren hat gezeigt, daß die Strömung unter dem Einfluß des Nachlaufs zu keinem Zeitpunkt von der Schaufelkontur des Rotors ablöst. Zum Zeitpunkt $t = 3/6 T_2$ und $t = 4/6 T_2$ befindet sich der Rotor vollständig außerhalb des Nachlaufs, so daß keine signifikanten Dichteschwankungen auftreten.

Die lediglich qualitative Betrachtung der Dichtekonturen legt eine quantitative Auswertung der Druckkonturen auf den Schaufeln der zweiten Stufe (Abb. 34) nahe.

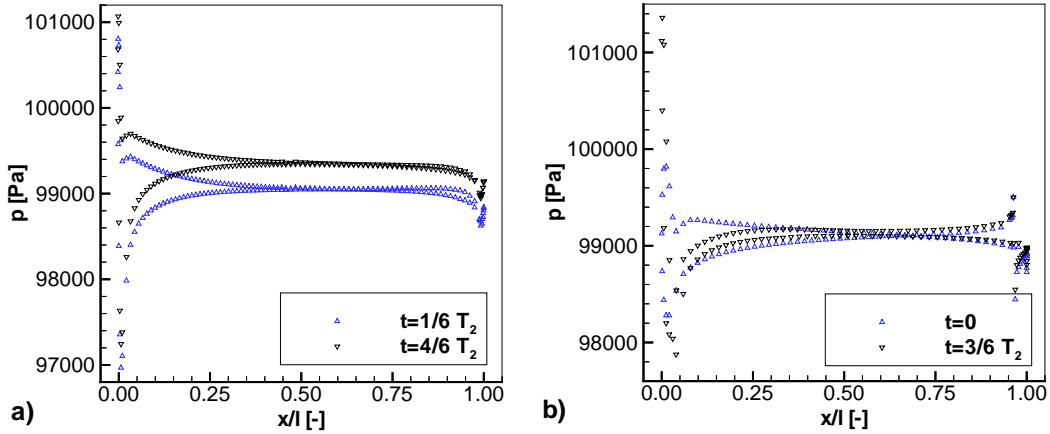


Abbildung 34: Statischer Druck auf dem Stator (a) und Rotor (b) der zweiten Stufe zu jeweils zwei verschiedenen Zeitpunkten

Die periodische Anströmung, verursacht durch den Nachlauf des ersten Rotors, bewirkt, daß der statische Druck auf dem zweiten Stator zu verschiedenen Zeitpunkten um etwa 300 Pa schwankt. An der Anströmkante des Stators ist die Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite aufgrund der aufwärtsgerichteten Anströmung am größten. Stromabwärts sinkt der Druck auf der Druckseite und steigt auf der Saugseite bis zur gegenseitigen Angleichung auf beiden Seiten der Schaufel bei $x/l \approx 0.45$. Das heißt, die Gleichrichtung der Strömung findet komplett in der ersten Hälfte des zweiten Stators statt; eine mögliche Verkürzung des Stators zur Erhöhung des axialen Abstandes zum zweiten Rotor, mit dem Ziel, die Stator/Rotor Interaktionen zu mindern, sollte folglich die Funktion der Gleichrichtung nicht einschränken. Stromauf der Abströmkante, $x/l > 0.85$, ist dann wieder eine Druckdifferenz zwischen Ober- und Unterseite der Schaufel erkennbar. Die Ursache ist die räumliche Nähe zum Rotor, die besonders zum Zeitpunkt $t = 1/6 T_1$, wenn sich die Anströmkante des Rotors im Nachlauf des Stators befindet, einen elliptischen Einfluß auf den Druckverlauf auf der Statoroberfläche ausübt. Diese Auswirkung vom Rotor auf den Stator ist nur deshalb möglich, weil die Mach-Zahl kleiner als eins ist und somit die Charakteristik $\lambda = u - c$ eine Ausbreitung von Informationen entgegen der Hauptströmungsrichtung erlaubt. Der statische Druck auf dem Rotor (Abb. 34 b) ist im vorderen Bereich, $x/l < 0.5$, sehr starken instationären Schwankungen unterworfen, die durch den Nachlauf des Stators verursacht werden. Zum Zeitpunkt $t=0$ wirkt der niedrige Druck des Nachlaufs stärker auf die eigentliche Druckseite als auf die Saugseite des Rotors, so daß dabei der Druck auf der Saugseite sogar größer ist als auf der Druckseite. Diese Verhältnisse kehren sich allerdings zum Zeitpunkt $t = 3/6 T_2$ wieder um. Somit ist der Druck auf der Druckseite größer als auf der Saugseite und auch die

Druckdifferenz zwischen beiden Schaufelseiten ist erheblich vermindert. Der statische Druck nahe der Abströmkante des zweiten Rotors ist keinen signifikanten zeitlichen Schwankungen unterworfen.

Die Analyse des zeitabhängigen Tangentialkraftbeiwertes c_t , der zum Vergleich der Löser Fluent und ACHIEVE bereits in Kap. 4.2 dargestellt wurde, gibt weiteren Aufschluß über die Stärke der Stator/Rotor Interaktionen und über die Beeinflussung der Schaufeln untereinander. In Abb. 35 wird der Beiwert der Tangentialkraft für einen Zeitraum, der neun Perioden des ersten Rotors und drei Perioden des zweiten Rotors entspricht, dargestellt. Zu dem hier betrachteten Zeitpunkt war bereits ein periodischer Zustand der Strömung erreicht.

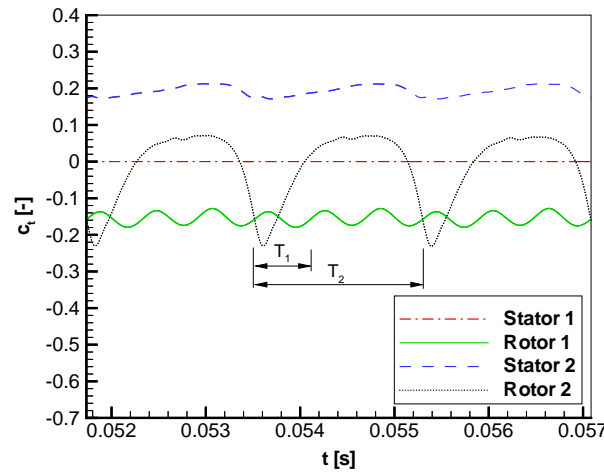


Abbildung 35: Zeitlicher Verlauf des Tangentialkraftbeiwertes c_t der Schaufeln

Die Umströmung des ersten Stators erfolgte mit einem ungestörten Eintrittsprofil unter einem Winkel von $\beta_1 = 0^\circ$ und erklärt den berechneten Wert von $c_{t,Stat1} = 0$. Der Tangentialkraftbeiwert des ersten Rotors ist einer zeitlichen Oszillation unterworfen, die durch die zeitabhängige, relative Position des Rotors zum Nachlauf des ersten Stators verursacht wird. Das zeitliche Mittel beträgt $c_{t,Rot1} = -0.16$ bei einer Amplitude von 0.05. Die Periodendauer T_1 der zeitlichen Schwankungen entspricht exakt der Zeit, die der Rotor benötigt, um die Strecke zwischen zwei Schaufeln des Stators zurückzulegen. In Abb. 32 b) wird die aufwärtsgerichtete Anströmung des zweiten Stators gezeigt. Diese Anströmung übt eine Druckkraft auf den zweiten Stator aus und resultiert in einem Tangentialkraftbeiwert von $c_{t,Stat2} = 0.19$. Die Amplitude der zeitlichen Schwankung beträgt 0.05 und korrespondiert mit der Drehgeschwindigkeit des zweiten Rotors.

Wegen des kurzen axialen Abstandes zwischen Stator und Rotor der zweiten Stufe

und den damit verbundenen starken Interaktionen beider Schaufeln beträgt die Amplitude der c_t -Kurve des zweiten Rotors 0.31 bei einem gemittelten Tangentialkraftbeiwert von $c_{t, Rot2} = -0.03$. Die kleine Welle im Graphen des Tangentialkraftbeiwertes für große c_t ist darauf zurückzuführen, daß das Gebiet niedriger Dichte auf der Druckseite den Absatz an der Abströmkante erreicht und dort eine kleine Störung des zeitlichen Verlaufs der Auftriebskraft bewirkt. Die Periodendauer T_2 der Schwankung korrespondiert, wie schon im Fall der ersten Stufe, exakt mit der Bewegungsgeschwindigkeit des zweiten Rotors.

Nachdem der zeitliche Verlauf der Tangentialkraftbeiwerte einen ersten Aufschluß über die dominanten Frequenzen in den einzelnen Schaufelpassagen gegeben hat, soll auch die fluiddynamische Kopplung der beiden Rotoren untersucht werden. Das Ergebnis der Untersuchung ist für den Hersteller des Turbinenradgaszählers von großer Bedeutung, weil die Entkopplung der beiden Rotoren im Patent [108] bereits vorausgesetzt wurde und zudem ein wesentliches Unterscheidungskriterium gegenüber einem Konkurrenzprodukt ist.

Zur Analyse der fluiddynamischen Kopplung wurde die diskrete Fourier Transformation (DFT) [109], ein Verfahren zur Untersuchung periodischer Vorgänge in Signalen oder Funktionen, auf die zeitlichen Verläufe der Tangentialkraftbeiwerte c_t der beiden Laufräder angewendet. Die Ergebnisse der DFT-Analyse sind in Abb. 36 dargestellt.

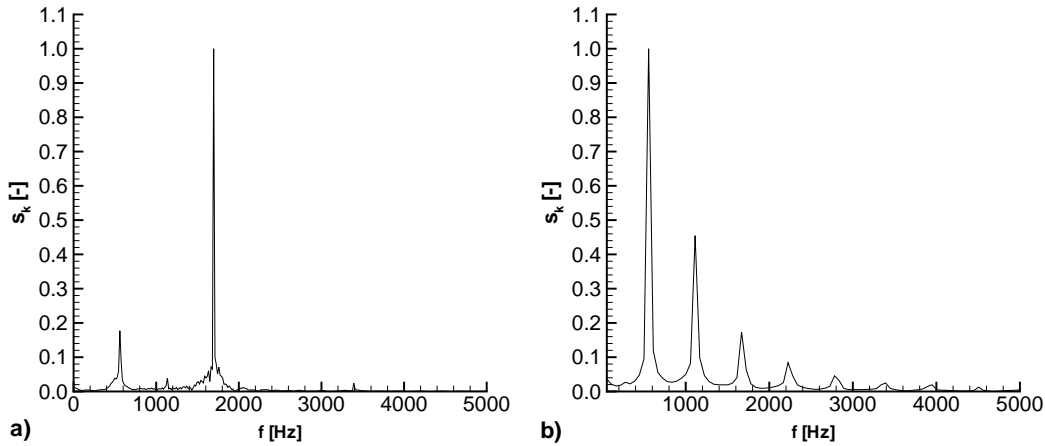


Abbildung 36: DFT-Analyse des instationären Tangentialkraftbeiwertes c_t von Rotor 1 (a) und Rotor 2 (b)

Das Fourierspektrum der DFT-Analyse des ersten Rotors zeigt einen maximalen Peak bei der Frequenz $f_1 = 1650 \text{ Hz}$, die exakt der Schaufelfrequenz des ersten

Rotors entspricht. Ein weiterer kleiner Peak von 0.18 ist bei $f_2 = 550 \text{ Hz}$, der Frequenz des zweiten Rotors, zu erkennen. Folglich wird die instationäre Strömung im Bereich des ersten Rotors hauptsächlich durch die eigene Frequenz bzw. die eigene Drehgeschwindigkeit bestimmt. Der Peak bei der Frequenz des zweiten Rotors belegt allerdings, daß ein kleiner Einfluß von der zweiten Stufe auf die erste Stufe ausgeübt wird. In der Theorie ist dieses Ergebnis durch den elliptischen Charakter der Strömung, nach dem sich Informationen auch entgegen der Hauptströmungsrichtung ausbreiten, zu erklären. Die dominante Frequenz des zweiten Rotors, $f_2 = 550 \text{ Hz}$, korrespondiert ebenfalls mit der eigenen Rotationsbewegung (Abb. 36 b). Die weiteren Peaks zeigen ein Abklingverhalten in Richtung größerer Frequenzen, das anhand des Eingangssignals der DFT-Analyse erklärt werden kann: der Verlauf des Tangentialkraftbeiwertes des zweiten Rotors in Abb. 35 beschreibt tendenziell den Verlauf eines Rechtecksignals. Die Wiedergabe eines solchen Signals erfordert sinusförmige Funktionen mit einer großen Frequenzbandweite, die sich in Peaks größerer Frequenz im Ergebnis der DFT-Analyse äußern. Aufgrund dessen kann der Peak bei der Frequenz $f_1 = 1650 \text{ Hz}$ des ersten Rotors auch nicht als Einfluß der ersten auf die zweite Stufe gewertet werden. Der erste Rotor übt also keinen Einfluß auf den zweiten Rotor aus, wenn lediglich der Verlauf der Tangentialkraftbeiwerte in Betracht gezogen wird.

Zusätzlich zu den Tangentialkraftbeiwerten wurde während der Simulationen der Massenstrom am Eintritt in den Zähler, am Austritt des ersten Rotors - hier bezeichnet als Übergang zwischen Stufe 1 und Stufe 2 - sowie am Austritt des Zählers aufgezeichnet (Abb. 37), um auch dessen instationäres Verhalten zu analysieren.

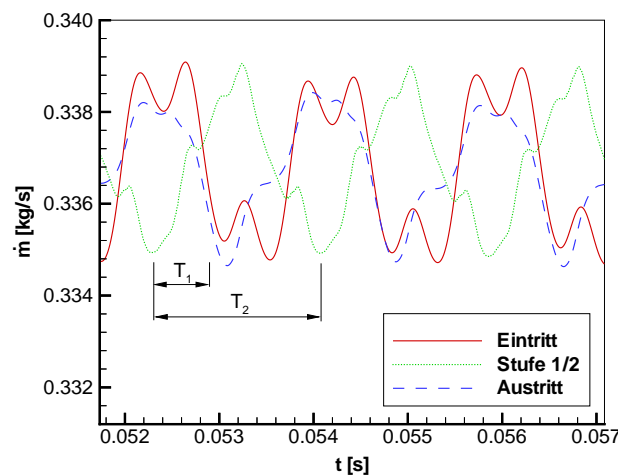


Abbildung 37: Massenstrom \dot{m} in verschiedenen axialen Ebenen des Turbinenradgaszählers

Auch der Massenstrom ist in allen drei untersuchten Ebenen zeitlichen Oszillationen unterworfen. Die Amplitude ist in jeder Ebene gleich groß und beträgt maximal 1.5% des zeitlichen Mittelwertes. Sie ist damit gegenüber den Schwankungen des Tangentialkraftbeiwertes nur sehr gering. Die maximale Amplitude der Kurven wird durch die Frequenz f_2 des zweiten Rotors, hier angezeigt durch die entsprechende Periodendauer T_2 , verursacht. Diese Schwingungen sind einer Modulation mit der Frequenz f_1 des ersten Rotors (vgl. T_1) unterworfen. Beim Eintritt in den Zähler und stromab der ersten Stufe, am Übergang zwischen erster und zweiter Stufe, sind die Oszillationen kleinerer Amplitude mit der Periodendauer T_1 allerdings deutlich ausgeprägter als am Austritt.

Die in Abb. 37 dargestellten Kurven wurden danach als Eingangssignal einer DFT-Analyse zur Bestimmung der dominanten Frequenzen im zeitlichen Verlauf der Massenströme in den definierten Ebenen benutzt. Die Ergebnisse sind in Abb. 38 für den Eintritt (a), den Übergang zwischen Stufe 1 und Stufe 2 (b) sowie den Austritt des Zählers (c) dargestellt.

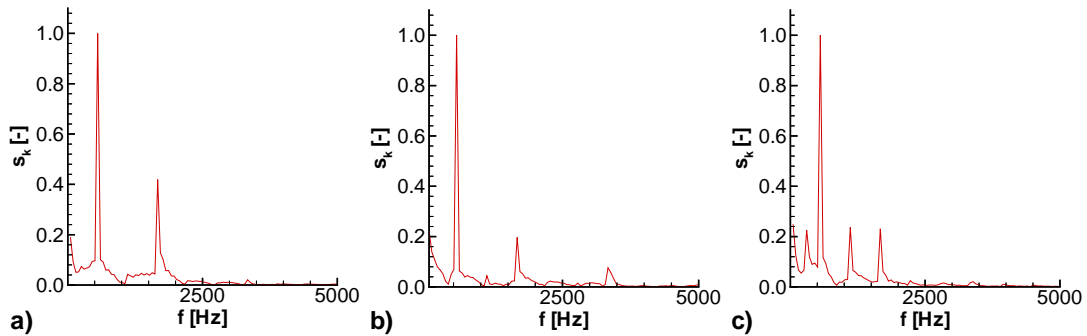


Abbildung 38: DFT-Analyse der instationären Massenströme am Eintritt (a), am Übergang zwischen erster und zweiter Stufe (b) sowie am Austritt aus dem Zähler (c)

Die Ergebnisse der DFT-Analyse bestätigen, daß die Frequenz $f_2 = 550 \text{ Hz}$ des zweiten Rotors in allen drei untersuchten Ebenen gegenüber der Frequenz $f_1 = 1650 \text{ Hz}$ des ersten Rotors dominant ist. Wegen des elliptischen Charakters der Strömung ist das Ergebnis in Übereinstimmung mit der Theorie, wonach sich Informationen in einer Unterschallströmung in allen räumlichen Richtungen ausbreiten. Die starke Ausprägung der lokalen Extrema mit der hohen Frequenz f_1 des ersten Rotors in der Eintrittsebene wird in Abb. 38 a) als lokales Maximum der Größe 0.4 bei $f_1 = 1650 \text{ Hz}$ wiedergegeben. Auch am Übergang zwischen Stufe 1 und Stufe 2 sowie am Austritt sind kleinere Peaks, die auf die Bewegung des ersten Rotors zurückzuführen sind, erkennbar. Es bleibt aber festzuhalten, daß

die Frequenz f_2 des zweiten Rotors in allen untersuchten Ebenen gegenüber der Frequenz f_1 des ersten Rotors dominant ist.

Wird die Amplitude der beiden untersuchten physikalischen Parameter, dem Tangentialkraftbeiwert c_t und dem Massenstrom \dot{m} , in Betracht gezogen, so läßt sich zusammenfassend feststellen, daß die sehr kleine Variation des Massenstroms für praktische Anwendungen gegenüber der starken Schwankung des Tangentialkraftbeiwertes zu vernachlässigen ist. Folglich ist auch das Ergebnis der DFT-Analyse der Massenströme, nämlich die Dominanz der Frequenz des zweiten Rotors, die eine starke Kopplung beider Stufen impliziert, nicht signifikant. Aufgrund der DFT-Analyse des Tangentialkraftbeiwertes können die beiden Stufen des Zählers für praktische Anwendungen also als fluiddynamisch entkoppelt betrachtet werden, wodurch die Gültigkeit eben dieser Tatsache als Annahme im US-Patent [108] bestätigt wird.

Modifikation des zweiten Stators

Die starken Stator/Rotor Interaktionen in der zweiten Stufe geben Anlaß, die Konstruktion des zweiten Stators so zu verändern, daß die unerwünschten Oszillationen des Tangentialkraftbeiwertes c_t und des Massenstroms \dot{m} reduziert werden. Es wird bereits aus Abb. 34 a) deutlich, daß die Strömungsgleichrichtung im zweiten Stator nur in den ersten 50% der gesamten Länge stattfindet. Aus diesem Grunde verspricht die Verkürzung des zweiten Stators auf ca. 63% seiner ursprünglichen Länge eine Reduzierung der Stator/Rotor Interaktionen durch einen vergrößerten axialen Abstand von Leit- und Laufrad. Gleichzeitig soll seine Funktion als Strömungsgleichrichter beibehalten werden. Der Stator wird dabei vorerst nicht noch weiter verkürzt, da derzeit nicht bekannt ist, ob Betriebszustände des Turbinenradgaszählers existieren, bei denen die Gleichrichtung auch weiter stromab als in dem in Abb. 34 a) dargestellten Fall stattfindet.

In Abb. 39 werden zum Vergleich die zeitlichen Verläufe der Tangentialkraftbeiwerte des Stators und Rotors der zweiten Stufe für die originale Konstruktion und die modifizierte Konstruktion mit dem verkürzten Leitblech des zweiten Stators gegenübergestellt.

Die Kurven zeigen eine um 47% reduzierte Amplitude des Tangentialkraftbeiwertes des zweiten Rotors bei unveränderter Frequenz der Oszillationen. Diese Änderung ist auf eine Verminderung der Wechselwirkung zwischen Stator und Rotor aufgrund des vergrößerten axialen Abstandes zurückzuführen. Der Tangentialkraftbeiwert des Stators ist im Verhältnis zur originalen Konstruktion im zeitlichen Mittel genau um den Betrag gestiegen, der durch die Veränderung der Referenzfläche A_{ref} durch den verkürzten Stator in der Definition von c_t (Gl. 4.3) bewirkt wird. Somit ist die absolute Kraft, die von der Strömung auf den zweiten

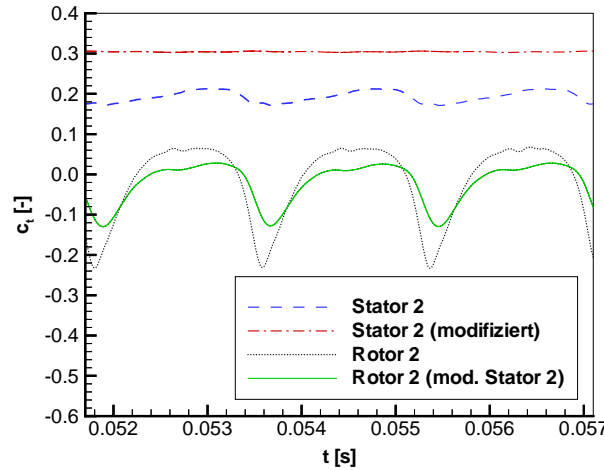


Abbildung 39: Vergleich des zeitlichen Verlaufs der Tangentialkraftbeiwerte c_t der Schaufeln in der zweiten Stufe für den originalen und den verkürzten Stator

Stator ausgeübt wird, unverändert, was gleichzeitig impliziert, daß die Strömungsgleichrichtung nach wie vor gewährleistet ist. Diese Aussage kann auch anhand des statischen Druckverlaufs auf dem verkürzten Stator überprüft werden. Ferner ist die Amplitude von c_t des zweiten Stators auf nahezu Null reduziert worden. Der Grund dafür ist wiederum der vergrößerte Abstand zum Rotor, der die Oszillationen im zweiten Stator ausgelöst hat. Die Auswertung der Massenströme in den zuvor beschriebenen Ebenen erbrachte ebenfalls eine Reduktion der Amplituden um 45%. Desweiteren wurde die Kopplung der beiden Stufen bei Verwendung des verkürzten Stators in einer DFT-Analyse untersucht. Dabei haben sich keine signifikanten Unterschiede zur originalen Konstruktion ergeben. Der Druckverlust im Zähler wurde ebenfalls nicht entscheidend beeinflusst und ist, wie im Falle des originalen Stators, mit den zulässigen Druckverlusten nach DIN 33800 konform.

Nachdem der verkürzte Stator in der Simulation numerisch untersucht wurde, sollte die neue Konstruktion auch experimentell getestet werden. In den Experimenten, die der Zählerhersteller durchführte, wurde die mechanische Genauigkeit der Laufräder bei einem Druck von $p = 1.86 \text{ bar}$ unter Verwendung des originalen und des verkürzten Strömungsgleichrichters untersucht. Die Ergebnisse sind in Abb. 40 separat für den ersten Rotor (a) und den zweiten Rotor (b) dargestellt.

Die Kurve der mechanischen Genauigkeit Ac des ersten Rotors zeigt eine verbesserte Linearität im gesamten Durchflußbereich gegenüber der Kurve mit dem originalen zweiten Stator. Besonders im Bereich kleiner Volumenströme ist die Erhöhung der Genauigkeit gravierend. Im Falle des zweiten Rotors ist ebenfalls

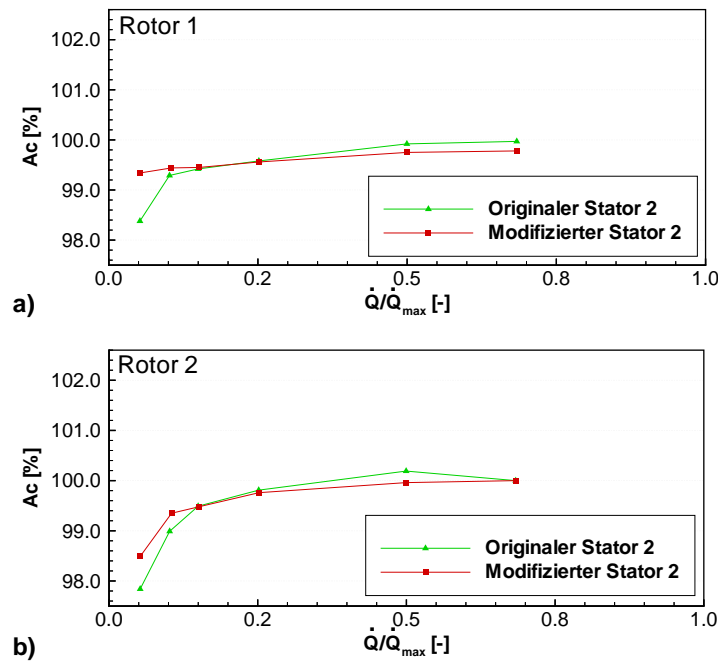


Abbildung 40: Vergleich der mechanischen Genauigkeit A_c des Zählers bei Verwendung des originalen und des modifizierten zweiten Stators

eine leicht verbesserte Linearität sowie eine erhöhte Genauigkeit erkennbar. Die positiven Auswirkungen sind hier allerdings nicht so deutlich wie beim ersten Rotor.

Die Diskussion der zweidimensionalen Ergebnisse hat gezeigt, daß das in der räumlichen Ordnung gegenüber der Realität reduzierte geometrische Modell sehr gut geeignet ist, wesentliche Strömungsphänomene aufzuzeigen oder sogar konstruktive Änderungen des Zählers vorzuschlagen. Selbst wenn es nicht möglich ist, physikalische Größen wie die mechanische Genauigkeit A_c der Laufräder in der Simulation zu berechnen, so erlaubt eine Analyse der numerischen Ergebnisse dennoch wichtige Rückschlüsse für die Praxis zu ziehen. Im Falle der Reynolds-Zahl abhängigen Strömung im ersten Rotor und der Verminderung der Stator/Rotor Interaktionen in der zweiten Stufe wurde diese Vorgehensweise jeweils durch einen Vergleich mit experimentellen Daten oder berechneten Daten aus anderen Simulationen erfolgreich angewendet. Die wichtigsten Ergebnisse der zweidimensionalen Simulationen sind die Erklärung des Hochdruckversatzes sowie der Nachweis der fluiddynamischen Entkopplung der beiden Stufen des Zählers. Desweiteren wurden viele Strömungsdetails wie die Umströmung des Absatzes an der Abströmkannte oder die Stator/Rotor Interaktion im Detail analysiert. Die genaue Kenntnis der Strömung hat bereits zu einer optimierten Geometrie des zweiten Stators

geführt und trägt desweiteren wesentlich zum besseren Verständnis der Vorgänge im Turbinenradgaszähler bei.

Einige Strömungseffekte, die auf der Dreidimensionalität der Geometrie des Turbinenradgaszählers oder den auftretenden Zentrifugal- und Corioliskräften in der rotierenden Geometrie beruhen, können allerdings nicht mit dem zweidimensionalen Kaskadenmodell erfaßt werden. Aus diesem Grunde wurden auch instationäre, dreidimensionale Simulationen der ersten Stufe des Zählers durchgeführt. Die Definition des numerischen Modells und die Ergebnisse werden im folgenden Kapitel 5.2 beschrieben.

5.2 3-D Simulationen

Das Ziel der dreidimensionalen Simulationen war, eine möglichst genaue Beschreibung der räumlichen Strömung im Innern des Turbinenradgaszählers abzugeben. Dabei sollten Grenzschichteffekte, die Strömung im Spalt zwischen Gehäuse und Schaufelspitze des Rotors sowie weitere Sekundärströmungen durch das numerische Gitter aufgelöst und anhand der berechneten Strömungsfelder erklärt werden. Im folgenden wird zunächst die modellierte Geometrie beschrieben. Anschließend wird eine qualitative Übersicht über die Strömung gegeben, bevor wesentliche Strömungsvorgänge im Detail diskutiert werden.

5.2.1 Definition der Geometrie

Die Simulation der dreidimensionalen, instationären, turbulenten und reibungsbehafteten Strömung im Turbinenradgaszähler ist sehr zeitaufwendig und verlangt immens große Speicherkapazitäten. Da in der vorliegenden Arbeit selbst Grenzschichteffekte und Sekundärströmungen aufgelöst werden sollten, mußte ein Kompromiß hinsichtlich der modellierten Geometrie getroffen werden. Mit dem Ziel, die Anzahl der Zellen des Gitters zu reduzieren, wurde deshalb die Entscheidung getroffen, nur die erste Stufe des Zählers in den dreidimensionalen Simulationen zu berechnen. Diese Annahme ist sinnvoll, da die wesentlichen Vorgänge, die in der zweiten Stufe ablaufen, auch in der ersten Stufe beobachtet werden können. Zudem ist die Geometrie der ersten Stufe wegen des Verdrängungskörpers ohnehin wesentlich komplizierter als die der zweiten Stufe. Desweiteren kann die erste Stufe des AccuTestTM Turbinenradgaszählers auch separat - ohne die zweite Stufe - wie ein herkömmlicher Zähler betrachtet werden, so daß die hier durchgeführte Untersuchung der ersten Stufe durchaus der Simulation eines kompletten herkömmlichen Turbinenradgaszählers entspricht. Hinsichtlich der Periodizität der Strömung in den einzelnen Schaufelkanälen wurden die gleichen Annahmen wie im zweidimensionalen Kaskadenmodell (vgl. Kap. 5.1.1) getroffen. Die Strömung wird also nur in einer Schaufelpassage berechnet und in Umfangsrichtung als periodisch betrachtet.

Das numerische Multiblock-Gitter der Schaufelpassage des ersten Rotors wird in Abb. 41 dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist hier nur jede dritte Gitternetzlinie abgebildet.

Bei der Gittergenerierung hat sich herausgestellt, daß die Auflösung aller Grenzschichten mit einem strukturierten Gitter und die Vernetzung des übrigen Gitters nach einem unstrukturierten Schema äußerst diffizil ist und zu einer sehr großen Anzahl von Zellen führen kann. Deshalb wurde ein strukturiertes Gitter nach der

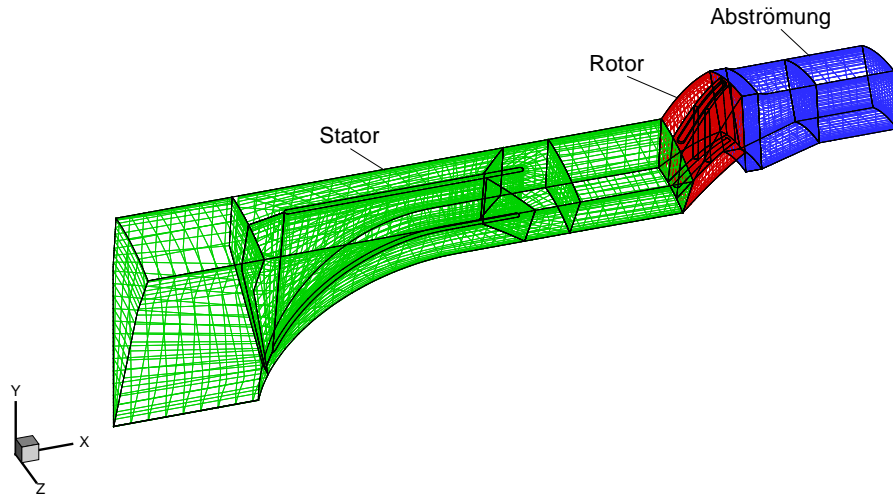


Abbildung 41: Blockstrukturiertes 3-D Gitter der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers

Multiblockstrategie erzeugt, womit gleichzeitig der Vorteil einer leichten parallelen Bearbeitung gegeben ist und das Gitter sowohl in ACHIEVE als auch Fluent benutzt werden kann. Eine Ausnahme wurde im Falle des Fluent-Gitters in der Anströmung gemacht. Aufgrund der Art der Formulierung der axialsymmetrischen Randbedingung in Fluent 5 mußte der Block in der Anströmung im Bereich sehr kleiner Radien (etwa bis zur innersten dargestellten Gitterlinie) durch ein unstrukturiertes Gitter diskretisiert werden.

Das in Abb. 41 dargestellte Multiblock-Gitter besteht aus 13 einzelnen Blöcken mit insgesamt 1 Million Zellen. Die Anströmung, der Stator und das Gebiet stromab des Stators bestehen aus fünf Blöcken, wobei die Statorschaufel selbst durch ein dreigeteiltes O-Gitter abgebildet wird. Das Gebiet des Rotors besteht ebenfalls aus fünf Blöcken. Zwei H-Gitter und ein O-Gitter an der Kontur diskretisieren die Umfangsrichtung der Schaufel sowie zwei weitere H-Gitter den Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse. Die Abströmung besteht aus drei H-Gittern. Die Auflösung des wandnahen Bereichs erfolgte mit einer exponentiellen Verteilung der Gitterpunkte in Normalenrichtung der Wand. Als Beispiel wird hier ein Ausschnitt des Gitters an der Nabe im Bereich der Anströmkante des Rotors in Abb. 42 gezeigt.

58 Gitterpunkte lösen die Umfangsrichtung zwischen zwei Rotoren auf, während die Schaufelkontur durch 114 Punkte ausreichend beschrieben wird. In radialer Richtung sind 51 Zellen zwischen Nabe und Schaufelspitze verteilt. Der daran anschließende Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse hat eine Höhe von

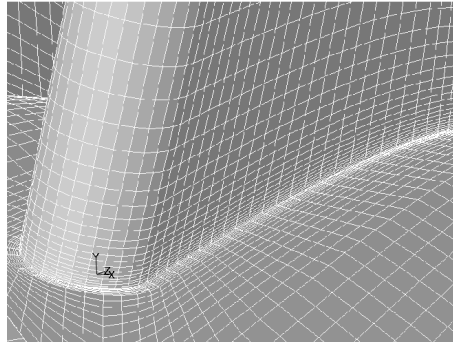


Abbildung 42: Strukturiertes Gitter an der Anströmkante des ersten Rotors

0.8 mm, entsprechend 4.5% der Schaufelhöhe, und besteht aus weiteren 15 Zellen, die äquidistant angeordnet sind. Das Gitter am Stator ist ähnlich fein mit 186 Gitterpunkten entlang der Kontur, 52 Knotenpunkten in Umfangsrichtung zwischen zwei Schaufeln sowie 66 Punkten in radialer Richtung aufgelöst. Die Auflösung des wandnahen Bereichs ist so hoch, daß die dimensionslose Wandkoordinate bei maximalem Durchfluß und einem Druck von $p_0 = 1 \text{ bar}$, entsprechend einer Reynolds-Zahl von 155000 in der Anströmung, im Bereich der Wände Werte zwischen $y^+ = 0.5 - 5.0$ annimmt.

Zwei isometrische Ansichten der modellierten Geometrie der ersten Stufe, ohne das Gehäuse, werden in Abb. 43 gezeigt. Die simulierte Geometrie des Zählers wird hier - wie in den folgenden Darstellungen - der Übersichtlichkeit halber mehrfach dargestellt, so daß der Zähler wie in der Realität vollständig erscheint.

Die Anströmung des Turbinenradgaszählers erfolgt in positiver x -Richtung. Zunächst passiert die Strömung den Verdrängungskörper mit den Leitschaufeln des ersten Stators. Dabei verengt sich der kreisrunde Strömungsquerschnitt um das 2.6-fache in einen Ringkanal. Weiter stromab wird der im positiven Drehsinn um die x -Achse bewegte Rotor durchströmt. Der Rotor ist in radialer Richtung verwunden und der Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse wurde ebenfalls in der Geometrie berücksichtigt. Stromab des Rotors trifft die Strömung auf die konisch geformte Nabe der Abströmung. Die Stufe im Nabenradius beim Übergang vom Rotor zur Abströmung (Abb. 43 b) beinhaltet dabei die rotierende Rückseite der Rotornabe und einen kleinen Spalt, dessen Massendurchsatz hier als Null angenommen wurde. Desweiteren wurde ein in der Gehäusegeometrie befindlicher kleiner Absatz, stromab des ersten Rotors, ebenfalls in der Geometrie berücksichtigt.

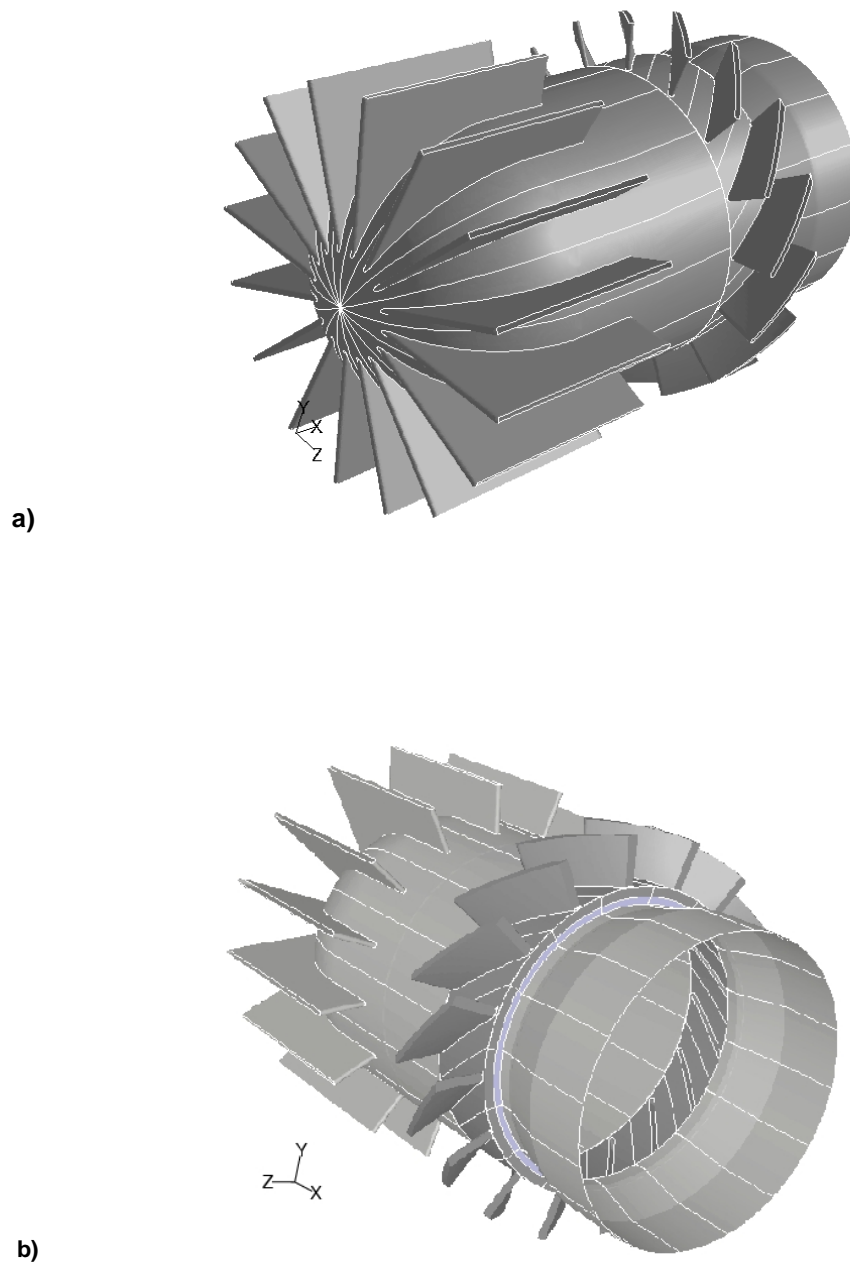


Abbildung 43: Isometrische Ansichten der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers

5.2.2 Überblick über die dreidimensionale Strömung

Die dreidimensionalen Simulationen wurden bei fünf verschiedenen Betriebszuständen (1 bar ; 10% , 50% , $100\% \dot{Q}_{max}$ und 10 bar ; 10% , $90\% \dot{Q}_{max}$) mit dem Löser Fluent durchgeführt. Die Reynolds-Zahl bei 1 bar , $100\% \dot{Q}_{max}$ stimmt dabei mit der bei 10 bar , $10\% \dot{Q}_{max}$ nahezu überein. Die qualitative Analyse der Strömungsvorgänge erbrachte keine zusätzlichen signifikanten Unterschiede der verschiedenen berechneten Strömungszustände, die nicht schon in dem vorangegangenen Kapitel besprochen wurden. Deshalb erfolgt die Diskussion und Erklärung der Strömungsvorgänge hier anhand nur eines Betriebszustandes, nämlich analog zur Auswertung der zweidimensionalen Simulation, bei $p_0 = 1\text{ bar}$ und $\dot{Q} = 100\% \dot{Q}_{max}$. Die Reynolds-Zahl am Eintritt betrug $Re_1 = 155000$, gebildet mit der Anströmgeschwindigkeit $c_1 = 15.6\text{ m/s}$ und dem Durchmesser des Zählers $D = 150\text{ mm}$. Die Strömung wurde im Ringkanal aufgrund der Querschnittsverengung im Einlauf des Zählers im Mittel auf etwa 40 m/s beschleunigt. Die Drehzahl des ersten Rotors betrug nach Angaben des Zählerherstellers im hier betrachteten Fall $N_1 = 108\text{ s}^{-1}$. Tab. 5 gibt einen Überblick über die Anströmgeschwindigkeiten c und die entsprechenden Reynolds-Zahlen beim Eintritt in den Zähler (vor der Querschnittsverengung im Ringkanal). Als Referenzgrößen wurden hier die Nennweite des Zählers $D = 150\text{ mm}$ und die Strömungsgeschwindigkeiten c im Rohr benutzt. Demzufolge weichen die Reynolds-Zahlen gleicher Strömungszustände im zweidimensionalen Modell von denen im dreidimensionalen Modell ab.

Tabelle 5: Strömungsgeschwindigkeit c und Reynolds-Zahl Re bei $T_0 = 293.15\text{ K}$ sowie $p_0 = 1\text{ bar}$ und $p_0 = 10\text{ bar}$ für das Arbeitsmedium Luft im dreidimensionalen Modell

$p_0 [\text{bar}]$	$c_{min} [\text{m/s}]$	$c_{max} [\text{m/s}]$	$Re_{min} [-]$	$Re_{max} [-]$
1	0.86	15.57	$8.55 \cdot 10^3$	$0.16 \cdot 10^6$
10	0.27	15.80	$28.00 \cdot 10^3$	$1.61 \cdot 10^6$

Das turbulente Profil am Eintritt des Turbinenradgaszählers wurde in einer zweidimensionalen axialsymmetrischen Simulation mit dem jeweiligen Massenstrom \dot{m} und dem Druck p_0 in einem gedachten Zulaufrohr mit einem Längen- zu Durchmesser Verhältnis von $l/D = 41$ berechnet. Das so berechnete Profil kann als vollentwickelt angenommen werden. Es wurde am Eintritt in den Zähler als rotationssymmetrisch zur x -Achse betrachtet.

Die Simulationen erfolgten mit dem kompressiblen, impliziten Fluent-Löser unter Verwendung der zweiter Ordnung genauen upwind Diskretisierung. Die instationäre Kopplung der Stator- und Rotorgeometrie wurden mit dem „sliding-mesh“

Modell vorgenommen. Die Zeitschrittweite betrug dabei $\Delta t = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ und entspricht ca. 20 Zeitschritten pro Periode, das heißt der Bewegung des Rotors durch eine komplette Schaufelpassage. 20-40 Subiterationen sorgten für eine hinreichende Konvergenz der Lösung zu jedem Zeitschritt. Die Modellierung der turbulenten Schwankungsbewegungen im Einlaufrohr und dem Turbinenradgaszähler erfolgte mit dem Standard k - ϵ -Turbulenzmodell, mit einer angenommenen Turbulenzintensität von $I_t = 5\%$ am Eintritt des Zulaufrohres. Zu jedem Zeitschritt wurden der Massenstrom \dot{m} am Ein- und Austritt sowie der Momentenbeiwert c_m der Schaufel aufgezeichnet, um so die Konvergenz der Lösung gut beurteilen zu können. Die berechneten Werte des Momentenbeiwertes c_m aus den fünf hier betrachteten Betriebszuständen für variierende Reynolds-Zahlen wurden bereits im Kap. 5.1.2 zur Erklärung des Hochdruckversatzes vorgestellt. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse stimmen mit denen aus den Ergebnissen der zweidimensionalen Simulation und den Experimenten überein.

Die Simulationen wurden auf einem Athlon PC mit 700 MHz Taktfrequenz und einem zu durchschnittlich 75% ausgelastetem Hauptspeicher von 768 MB durchgeführt. Die Dauer einer Subiteration betrug ca. 70 s, so daß für einen Zeitschritt zwischen 23 und 46 Minuten benötigt wurden. Das Einstellen des richtigen Austrittsdrucks, der den Massenstrom im Zähler regelt, war nur iterativ möglich und erforderte zusätzliche Rechenzeit. Desweiteren mußte der Druck in dem kleinen Spalt unterhalb der Nabenrückseite des Rotors (Abb. 43 b) im Laufe der Simulation so angepaßt werden, daß dort kein Massenstrom ein- oder austritt. Insgesamt beanspruchte die Simulation eines Betriebszustandes somit etwa 15-30 Tage Rechenzeit.

Im folgenden Abschnitt wird ein kurzer Überblick über die Strömung in der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers gegeben, damit die später diskutierten Details besser in den Zusammenhang der Hauptströmung eingeordnet werden können. Zunächst werden in Abb. 44 die Stromlinien im Absolutsystem, eingefärbt mit der Größe der Absolutgeschwindigkeit, dargestellt.

Beim Eintritt in den Zähler wird die Strömung um den Verdrängungskörper herum nach außen in den kreisringförmigen Strömungskanal gelenkt. Die Reduzierung des Strömungsquerschnitts verursacht eine Beschleunigung der Strömung, die durch einen Wechsel der Farbgebung der Stromlinien angezeigt wird. Der glatte Verlauf der Stromlinien impliziert, daß keinerlei Ablösung oder Rückströmung in diesem Teil des Zählers auftritt. Im Bereich des Rotors und weiter stromab sind Nichtlinearitäten in den Stromlinien zu erkennen. Sie werden durch die starken Nachläufe des Rotors und durch die Sekundärströmungen im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse erzeugt.

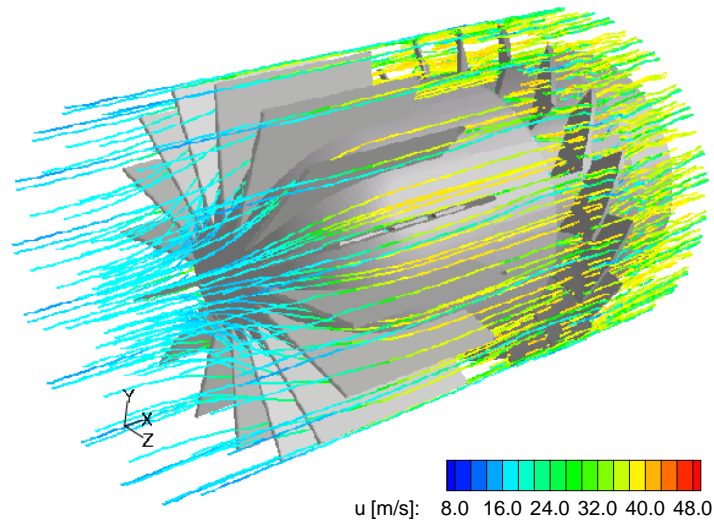


Abbildung 44: Stromlinien der absoluten Geschwindigkeit in der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers

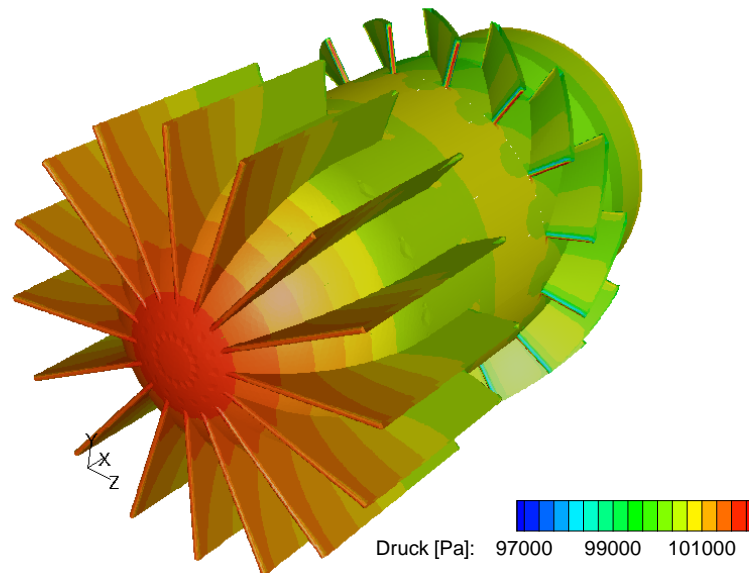


Abbildung 45: Druckkonturen auf den Wänden der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers

Die Konturen des statischen Drucks (Abb. 45) visualisieren ebenfalls die Beschleunigung der Strömung beim Eintritt in den kreisringförmigen Strömungskanal. Der statische Druck hat sein Maximum im Staupunkt, der sich im Zentrum des Verdrängungskörpers bildet. Stromab sinkt der statische Druck auf den Wänden wegen der Beschleunigung der Strömung ab. Animationen der instationären Strömung zeigen weiterhin eine leichte periodische Schwankung der Größe des Staupunktes, die auf die relative Lage des stromabwärtigen Rotors zurückzuführen ist. Hier zeigt sich erneut, daß der elliptische Charakter der Unterschallströmung Informationsausbreitungen entgegen der Hauptströmungsrichtung ermöglicht. Die Druckkonturen am Rotor zeigen deutlich die Ausprägung eines Staupunktes an der Anströmkante und stromabwärts ein Beschleunigungsgebiet, so wie es auch schon im Fall der zweidimensionalen Simulation beobachtet wurde.

Die Darstellung der Axialgeschwindigkeitsprofile in Abb. 46 offenbart einige weitere Erkenntnisse des Strömungsfeldes im Turbinenradgaszähler und zeigt anschaulich, wie die Nachläufe des Stators mit dem Rotor interagieren. Der Geschwindigkeitsbereich der Konturen reicht in dieser Darstellung von 0 m/s bis 42 m/s .

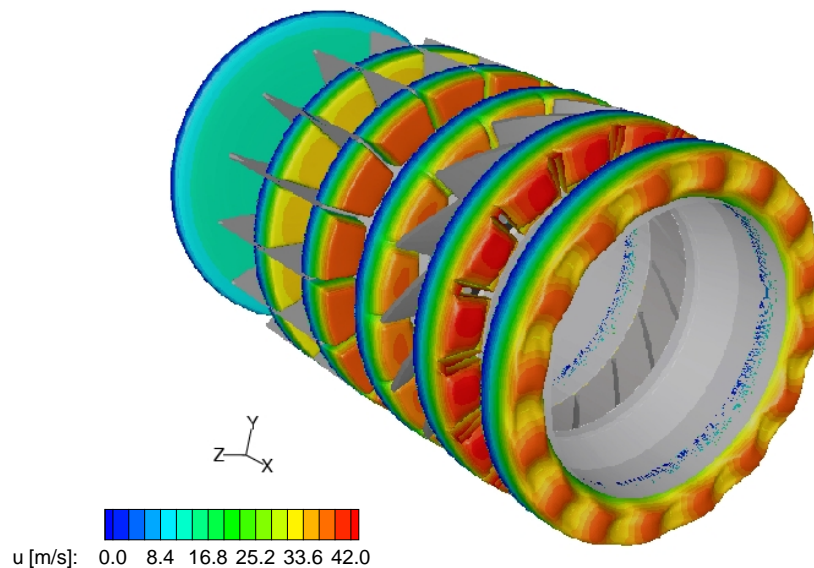


Abbildung 46: Profile der Axialgeschwindigkeit

Am Eintritt des Zählers ist das vollentwickelte turbulente Geschwindigkeitsprofil ($Re = 155000$) mit der Geschwindigkeitsgrenschicht an der Gehäusewand zu erkennen. Das Profil stromab, etwa in der Mitte der Statorleitbleche, zeigt ein

aufgrund der Formgebung des Verdrängungskörpers bereits beschleunigtes Geschwindigkeitsprofil, dessen maximale Geschwindigkeiten im inneren Bereich des Ringkanals zu beobachten sind. Sehr deutlich ist auch hier die Grenzschicht an der Gehäusewand zu erkennen. Das Profil nahe der Abströmkante des Stators zeigt eine noch weiter beschleunigte Strömung, dessen einzelne Geschwindigkeitsprofile sich dem eines vollentwickelten Profils in einem Rechteckkanal angenähert haben. Hier ist jetzt auch die Grenzschicht an den Schaufelwänden erkennbar. Es wird weiterhin deutlich, daß durch die Grenzschichten an den Schaufeln des Stators stromab ein Nachlaufgebiet mit verminderter Axialgeschwindigkeit entsteht.

Selbst in dem Profil stromauf des Rotoreintritts, wo sich die Profile der ursprünglich 16 Kanalströmungen aufgrund von Sekundärströmungen vermischt haben, ist der Nachlauf in der Projektion der Leitschaufeln in x -Richtung noch erkennbar. Es ist zu erwarten, daß dieses gestörte Anströmprofil des ersten Rotors ein instationäres, periodisches Verhalten der Strömung im ersten Rotor verursacht. Beim Austritt aus dem Rotor ist die Geschwindigkeit gegenüber der Anströmung aufgrund des verminderten Querschnitts in der Rotorpassage erneut beschleunigt worden. Ähnlich wie hinter dem Stator entsteht hier ein Nachlauf. Während die Strömung weiter stromabwärts konvektiert wird, rotieren die Geschwindigkeitsprofile in negativer Drehrichtung. Die Ursache dafür ist die schräge Abströmung mit dem Abströmwinkel $\beta_2 \neq 0$ stromab des ersten Rotors. Am Austritt, in dem letzten dargestellten Geschwindigkeitsprofil, hat sich die Strömung aufgrund von Sekundärströmungen bereits wieder etwas vergleichmäßigt. Die ursprünglichen Nachläufe sind allerdings nach wie vor sichtbar.

Einige der hier beschriebenen Strömungsphänomene werden im folgenden im Detail untersucht und deren Auswirkung auf die Genauigkeit des Zählers erläutert. Zunächst wird die Strömung im Rotor diskutiert.

5.2.3 Strömung im ersten Rotor

In diesem Abschnitt wird der Einfluß der Grenzschichten an Nabe und Gehäuse auf die Strömungsverhältnisse am ersten Rotor untersucht. Ein weiteres Hauptaugenmerk gilt der Entstehung und Beschreibung der Spaltströmung zwischen der Schaufelspitze und dem Gehäuse. Als erstes veranschaulichen die Konturen des statischen Drucks und die Stromlinien der relativen Geschwindigkeit (Abb. 47) einige wichtige Aspekte der dreidimensionalen Rotorströmung.

Der Staupunkt an der Anströmkante zeigt hier rein qualitativ eine Variation des Totaldrucks in radialer Richtung. Der Staudruck sinkt aufgrund der als Funktion des Radius abnehmenden Relativgeschwindigkeit in radialer Richtung zur Nabe hin ab. Zusätzlich wird der Staudruck in der Nähe der Nabe und der Gehäusewand aufgrund der reduzierten Geschwindigkeit in der Grenzschicht vermindert.

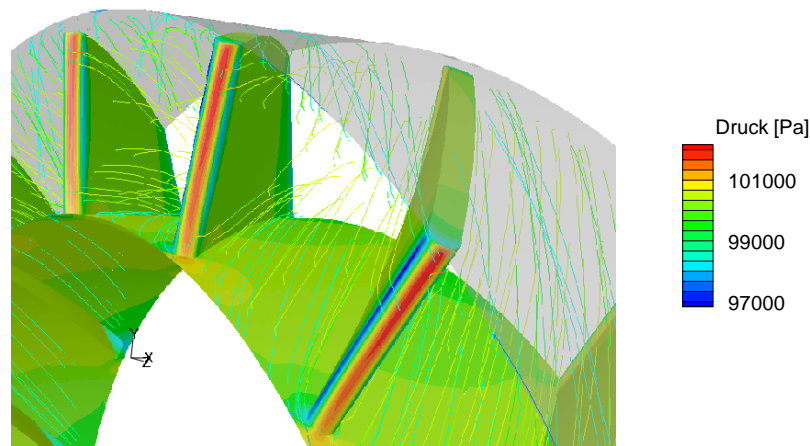


Abbildung 47: Druckkonturen und Stromlinien der relativen Geschwindigkeit im ersten Rotor

Sowohl auf der Druck- als auch auf der Saugseite der Schaufel ist das Beschleunigungsgebiet an der Anströmkante gut zu erkennen. Der positive Druckgradient stromab dieser Gebiete impliziert eine hohe Gefahr der Strömungsablösung, die ja schon im Kap. 5.1.2 ausführlich dargestellt wurde. Nahe der Abströmkante ist auf der Saugseite, typisch für Turbinenströmungen, ein Gebiet reduzierten Druckes erkennbar, das ebenfalls die Gefahr der Strömungsablösung an dieser Stelle anzeigt.

Der glatte Verlauf der Stromlinien zwischen den Schaufeln deutet darauf hin, daß die vorhandenen Sekundärströmungen gegenüber der Hauptströmung sehr klein sind. Der Grund dafür ist sicherlich die relativ niedrige Belastung der Rotoren im Turbinenradgaszähler im Vergleich zu denen in einer Turbine. In einer Turbine treten wesentlich höhere Druckdifferenzen zwischen Druck- und Saugseite auf, so daß die treibende Kraft für Sekundärströmungen, z.B. im Spalt, größer als im hier betrachteten Fall ist. Die blau eingefärbten Stromlinien nahe der Nabe und der Gehäusewand sind auf die reduzierte Geschwindigkeit in der jeweiligen Grenzschicht zurückzuführen.

Abb. 48 stellt den statischen Druck auf der Schaufeloberfläche in drei verschiedenen radialen Ebenen des Rotors zu zwei verschiedenen Zeitpunkten dar. Die hier betrachteten Ebenen werden dabei durch die entdimensionierte Höhe h der Schaufel, gemessen von der Nabe des Rotors, beschrieben.

Zum Zeitpunkt $t=0$ (Abb. 48 a), wenn sich die Anströmkante des Rotors in der Verlängerung des Stators befindet, ist der Druck im Staupunkt ($x/l=0.01$) in der 50% h -Ebene am größten. Dieses Ergebnis bestätigt die aus den Konturplots bereits abgeleitete Aussage, daß die Naben- und Gehäusegrenzschicht den Druck im

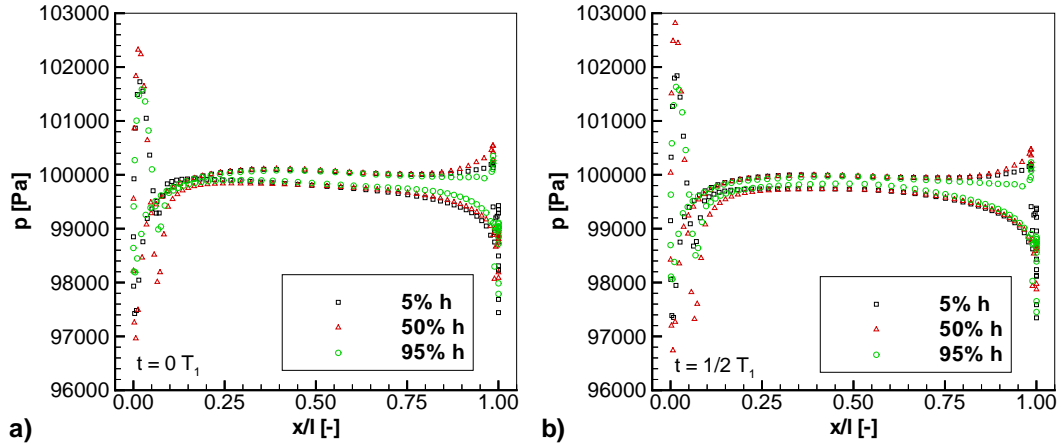


Abbildung 48: Statischer Druck auf dem ersten Rotor in Ebenen konstanten Radius zum Zeitpunkt $t=0$ (a) und $t=1/2 T_1$ (b)

Staupunkt beeinflussen. In der 5% h -Ebene ist der Druck auf der Saugseite nahe der Anströmkante größer als auf der Druckseite. Dieser unerwünschte Strömungseffekt wird, zusätzlich zu den Grenzschichteffekten, durch die verminderte Axialgeschwindigkeit im Statornachlauf verursacht, die wiederum den Anströmwinkel β_1 der Strömung beeinflusst. An der Abströmkante ist der Druck ebenfalls in der 50% h -Ebene am größten.

Zum Zeitpunkt $t=1/2 T_1$ (Abb. 48 b) befindet sich die Anströmkante des Rotors in der Mitte zwischen zwei Statornachläufen in einer freien Anströmung. Hier ist nur der Effekt der Grenzschichtbeeinflussung des Rotors wirksam, so daß der maximale Staudruck erneut in der 50% h -Ebene auftritt. Anders als zur Zeit $t=0$ ist der Druck auf der Druckseite in allen betrachteten Ebenen stets größer als auf der Saugseite, da der Statornachlauf zu diesem Zeitpunkt keinen Einfluß auf den vorderen Bereich des Rotors ausübt.

In den bereits betrachteten Ebenen konstanten Radius wird die Strömung an der An- und Abströmkante weiterhin, zunächst qualitativ, anhand der Druckkonturen und der Stromlinien der Relativbewegung untersucht. Dazu ist die Anströmung des Rotors aus der Sicht des in relativer Strömungsrichtung blickenden Beobachters in den drei Ebenen (5% h , 50% h und 90% h) in Abb. 49 dargestellt.

Zu beiden untersuchten Zeitpunkten ist eine deutliche Vergrößerung des Anströmwinkels β_1 beim Übergang von der Mittelebene zu den Ebenen an der Nahe und Gehäusewand anhand der Richtung der Stromlinien und der Lage des Staupunktes erkennbar. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen der zweidimensionalen Simulation bilden sich auch hier Gebiete niedrigen Drucks, die die beschleunigte Umströmung der Anströmkante kennzeichnen, aus. Zudem ist auch

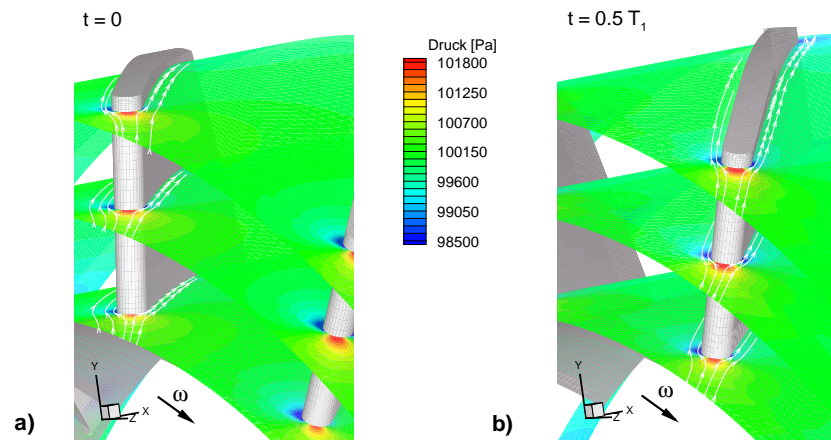


Abbildung 49: Druckkonturen und Stromlinien der relativen Geschwindigkeit in Ebenen konstanten Radius ($5\% h$, $50\% h$ und $90\% h$) im vorderen Bereich des Rotors

der Einfluß des Statornachlaufs auf die Anströmung des Rotors zu erkennen. Zum Zeitpunkt $t=0$ ist der Anströmwinkel β_1 größer als zum Zeitpunkt $t=0.5 T_1$, da die x -Komponente der Anströmgeschwindigkeit im Nachlauf kleiner ist als außerhalb des Nachlaufs.

Abb. 50 zeigt die Strömung an der Abströmkante in den drei untersuchten Ebenen. Der Blick des Beobachters ist hierbei entgegen der relativen Strömungsrichtung.

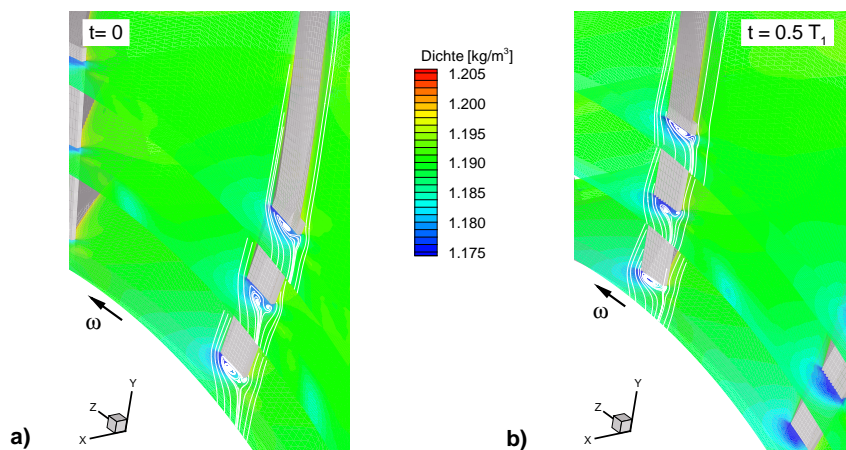


Abbildung 50: Dichtekonturen und Stromlinien der relativen Geschwindigkeit in Ebenen konstanten Radius ($5\% h$, $50\% h$ und $90\% h$) an der Abströmkante des Rotors

In radialer Richtung sind variierende Wirbelstrukturen in allen drei Ebenen und

zu beiden Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1/2 T_1$ an dem Gebiet niedrigen Drucks und den Stromlinien zu erkennen. Offensichtlich wird also auch die Strömung im Nachlauf des Rotors durch den Einfluß der Geschwindigkeitsgrenzschichten beeinflusst.

Die bisher beschriebenen Auswirkungen der Grenzschichten an Nabe und Gehäuse sowie des Einbauwinkels β_s auf die Umströmung des Rotors werden durch die Betrachtung der relativen Ein- bzw. Ausströmwinkel $\beta_{1,2} - \beta_s$ in der folgenden Abb. 51 auch quantitativ erfaßt. Die Winkel $\beta_{1,2} - \beta_s$ wurden am Eintritt und Austritt des Rotors als massengemittelte Werte auf Linien konstanter Schaufelhöhe ($r = \text{const.}$) berechnet.

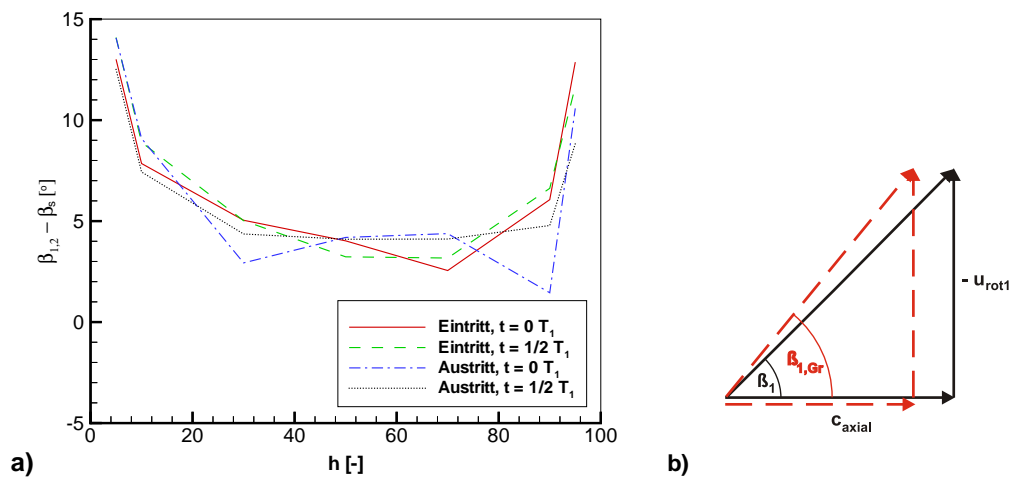


Abbildung 51: Relativer Einstromwinkel $\beta_1 - \beta_s$ und relativer Abströmwinkel $\beta_2 - \beta_s$ zu den Zeitpunkten $t=0$ und $t=1/2 T_1$

Der massengemittelte Winkel $\beta_{1,2} - \beta_s$ zeigt zu beiden untersuchten Zeitpunkten im Bereich der Schaufelhöhen von $30\% - 70\%$ nur kleine Schwankungen zwischen $3^\circ - 5^\circ$. In der Nähe der Nabe, $h < 30\%$, und des Gehäuses, $h > 80\%$, steigt $\beta_{1,2} - \beta_s$ auf bis zu 14° an. Der Anstieg an der Nabe ist allerdings größer als an der Gehäusewand, wo sich der Einfluß des Spaltes mindernd auf den Winkelanstieg auswirkt.

Bei der Konstruktion der Schaufeln des AccuTestTM Turbinenradgaszählers wurde die Verwindung der Laufradschaufeln lediglich auf Grundlage der Euler-Theorie berechnet. Daraus resultiert, daß der Einbauwinkel β_s proportional zur Umfangsgeschwindigkeit u des Rotors eine Funktion der Winkelgeschwindigkeit ω und des Radius r ist. Der Einfluß der Reibung an der Nabe und der Gehäusewand wurde dabei nicht in Betracht gezogen. Unter diesen Voraussetzungen kann der Anstieg

des relativen An- und Abströmwinkels unter dem Einfluß der Wandgrenzschichten anhand von Abb. 51 b) erklärt werden. Die gestrichelten Linien bezeichnen die Situation in der Grenzschicht, wo die Absolutgeschwindigkeit c aufgrund viskoser Effekte gegenüber der reibungslosen Geschwindigkeit (durchgezogenen Linie) reduziert ist. Bei einer gegebenen Rotationsgeschwindigkeit u des Rotors resultiert daraus ein erhöhter Winkel $\beta_{1,2,Gr}$ bei verminderter absoluter Anströmgeschwindigkeit c . Der hier beschriebene Anstieg der relativen An- und Abströmwinkel $\beta_{1,2} - \beta_s$ könnte in der Praxis vermieden werden, wenn die Verwindung der Rotoren zusätzlich zu der Umfangsgeschwindigkeit auch die viskosen Effekte berücksichtigen würde. Damit wäre dann eine gleichmäßigere Umströmung des Rotors in radialer Richtung gewährleistet.

Die Auswirkung der verminderten Anströmgeschwindigkeit c im Nachlauf des Stators kann in Abb. 51 a) nicht beobachtet werden, da $\beta_{1,2}$ ein massengemittelter Wert entlang einer Linie konstanten Radius im Ein- bzw. Austrittsquerschnitt ist, so daß Geschwindigkeitsprofil-Deformationen nicht mehr zu erkennen sind. Deshalb wird der Verlauf des relativen Anströmwinkels $\beta_1 - \beta_s$ entlang von Linien $r = const.$ (5%h, 50%h, 95%h) in Abb. 52 dargestellt.

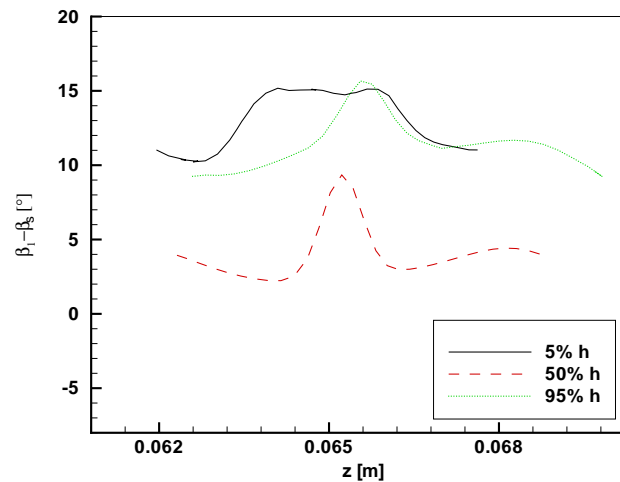


Abbildung 52 : Relativer Einstromwinkel $\beta_1 - \beta_s$ als Funktion der Schau-felhöhe h

Die Kurvenverläufe zeigen, wie schon die massengemittelten Winkel in Abb. 51 a), daß die reduzierte Geschwindigkeit c in den Wandgrenzschichten den relativen Anströmwinkel $\beta_1 - \beta_s$ bei 5%h und 95%h deutlich erhöht. Die maximalen relativen Anströmwinkel treten jedoch im Nachlauf der Leitbleche des Stators auf. Zum Zeitpunkt $t = 0 T_1$ passiert die Anströmkante des ersten Rotors das Gebiet der Statornachläufe, so daß dann, zusätzlich zu dem Einfluß der Grenzschicht,

auch noch die reduzierte Geschwindigkeit im Nachlauf des Stators den relativen Anströmwinkel des Rotors erhöht.

Ein weiteres Ziel der dreidimensionalen Simulationen war, die Strömung im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse zu beschreiben. Dabei sollte insbesondere untersucht werden, ob die in Turbinen auftretenden Sekundärströmungen wie der Spaltablöswirbel, der Spaltwirbel oder der Kanalwirbel auch in der Rotorpassage des Turbinenradgaszählers entstehen. Dazu werden in Abb. 53 zunächst Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung definiert, die sowohl in der Analyse der Spaltströmung, als auch bei der späteren Diskussion von Sekundärströmungseffekten im Stator ihre Anwendung finden. Zur besseren Orientierung in den folgenden Auswertungen sei an dieser Stelle erwähnt, daß sich die Schaufeln des ersten Stators von $x = -0.143$ bis $x = -0.063$ und die des ersten Rotors von $x = -0.013$ bis $x = 0.013$ erstrecken.

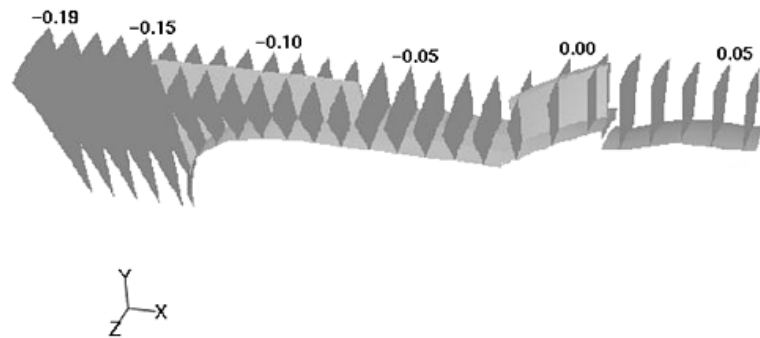


Abbildung 53: Definition der Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung

Ein erster Überblick über die Strömung im Spalt wird in Abb. 54 gegeben. Hier wird die Strömung in den drei Querschnittsebenen $x = -0.01$, $x = 0.0$ und $x = 0.01$, die einer dimensionslosen Lauflänge des Rotors von 11%, 50% und 89% entsprechen, dargestellt. Der Blick des Beobachters ist dabei von der Anströmkante des Rotors im Vordergrund stromabwärts zur Abströmkante gerichtet. Die Richtung der Sekundärströmung wurde mit den absoluten Komponenten der Quergeschwindigkeit, definiert als:

$$u_{quer} = \sqrt{v^2 + w^2}, \quad (5.4)$$

in der y - z -Ebene gebildet.

Die Konturen zeigen in der Ebene $x = -0.01$ eine reduzierte Dichte im Spalt. In diesem Gebiet bildet sich ein gegen den Uhrzeigersinn rotierender Wirbel aus. Weiter stromab, bei $x = 0.0$, hat sich der Dichtegradient in der Nähe des Spaltes reduziert und die Richtung der Quergeschwindigkeiten visualisiert eine Strömung

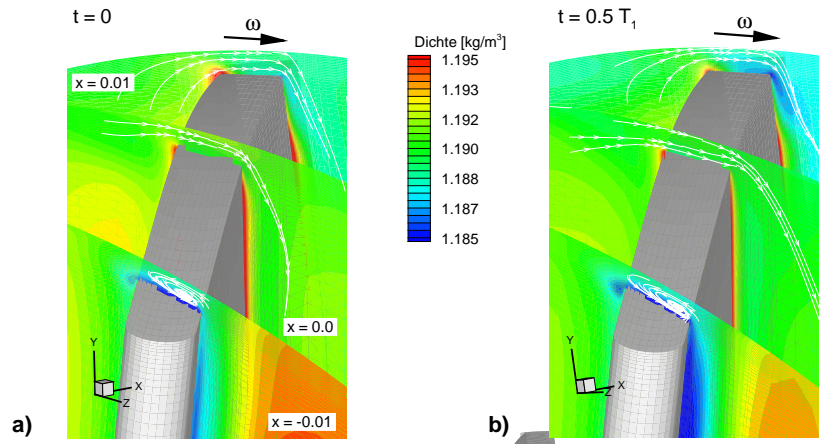


Abbildung 54: Dichtekonturen und Richtung der absoluten Quergeschwindigkeiten in axialen Ebenen des Rotors

von der Druck- zur Saugseite des Rotors. Nahe der Abströmkante, bei $x = 0.01$, hat sich lediglich die Krümmung der die Quergeschwindigkeit anzeigenden Linie an der Druckseite, bei sonst gleichbleibender Richtung, verstärkt. Ein Vergleich der Richtung der Quergeschwindigkeiten zu beiden dargestellten Zeitpunkten läßt keine Zeitabhängigkeit der Spaltströmung erkennen.

Die Entstehung des Wirbels in der Ebene $x = -0.01$ und die treibende Kraft für die Richtung der Sekundärströmung von der Druck- zur Saugseite wird anhand der Geschwindigkeitsvektoren im Spalt (Abb. 55) erklärt. Die Konturen sind mit der Größe der Quergeschwindigkeit u_{quer} eingefärbt.

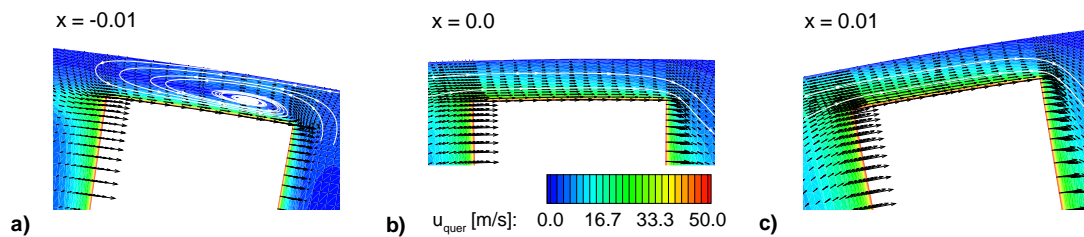


Abbildung 55: Konturen und Vektoren der absoluten Quergeschwindigkeit u_{quer} in der Spaltströmung

Die absoluten Werte der Quergeschwindigkeit variieren aufgrund der Haftbedingung zwischen 0 m/s an der ruhenden Gehäusewand und 50 m/s an der bewegten Schaufelwand. Untersuchungen stromauf des Rotors zeigten, daß die Quergeschwindigkeit der Anströmung nahezu Null ist. Beim Eintritt in den Rotor wird die Strömung, besonders in der Nähe der Schaufel, durch die Bewegung des Rotors und der Nabe in tangentialer Bewegungsrichtung des Rotors beschleunigt.

Daraus resultiert das Gebiet niedriger Dichte im Spalt in der Ebene $x = -0.01$. In diesem Gebiet starker Beschleunigung bildet sich ein Wirbel, dessen gegen den Uhrzeigersinn gerichtete Rotation durch die Bewegungsrichtung der Schaufel bestimmt ist. Weiter stromab, in den Ebenen $x = 0.0$ und $x = 0.01$ hat sich die Strömung im Spalt komplett der Rotationsbewegung der Schaufel angepaßt. Es bildet sich in dem Spalt ein parabelförmiges Quergeschwindigkeitsprofil, dem einer noch nicht vollausgebildeten Couette-Strömung ähnlich, aus. Aus dem Quergeschwindigkeitsverlauf im Spalt läßt sich folgern, daß die treibende Kraft für die Richtung der Sekundärströmung im Spalt hauptsächlich die Bewegung des Rotors ist. Würde nämlich auch der Druckgradient zwischen Druck- und Saugseite der Schaufel einen entscheidenden Einfluß haben, so müßten zumindest lokal Quergeschwindigkeiten im Spalt auftreten, die größer sind, als es bei dem linearen Geschwindigkeitsverlauf einer vollausgebildeten Couette-Strömung der Fall ist.

Wegen des kleinen Druckgradienten zwischen den beiden Seiten der Schaufel ist auch die treibende Kraft der Sekundärströmung im Vergleich zu üblichen Turbomaschinenanwendungen nur sehr klein. Aufgrund dessen bilden sich im Turbinenradgaszähler auch keine weiteren Wirbel im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse aus.

5.2.4 Axialgeschwindigkeiten und Sekundärströmungen

Die Darstellung der Axialgeschwindigkeitsprofile an verschiedenen Orten im Zähler (Abb. 46) impliziert, daß auch in den Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung Sekundärströmungen auftreten. Sie werden durch die Querschnittsänderungen am Verdrängungskörper oder auch am Eintritt und Austritt aus den Schaufelpassagen verursacht. Die folgende Abb. 56 stellt die Konturen der Axialgeschwindigkeit u in einigen in Abb. 53 bereits definierten Querschnitten des Zählers dar. Die Reihenfolge der Abbildungen orientiert sich an der Strömungsrichtung, vom Eintritt zum Austritt der simulierten Geometrie der ersten Stufe. Der Übersichtlichkeit halber ist die eine simulierte Statorpassage hier auch periodisch verschoben bis zu dreimal in einer Abbildung dargestellt.

In der Eintrittsebene des Zählers, $x = -0.19$, ist das turbulente Geschwindigkeitsprofil vollentwickelt. Die Grenzschicht an der Gehäusewand ist an der geringen Geschwindigkeit zu erkennen. Weiter stromab, $x = -0.15$, reduziert sich aufgrund des elliptischen Charakters der Unterschallströmung die Geschwindigkeit im Zentrum der Anströmung, verursacht durch den Einfluß des Verdrängungskörpers. Die Verformung der Konturlinien und die Verminderung der Axialgeschwindigkeit im Bereich der Schaufelprojektion des Stators, gekennzeichnet durch die gestrichelten Linien, läßt hier auf die Lage der Statorschaufeln schließen.

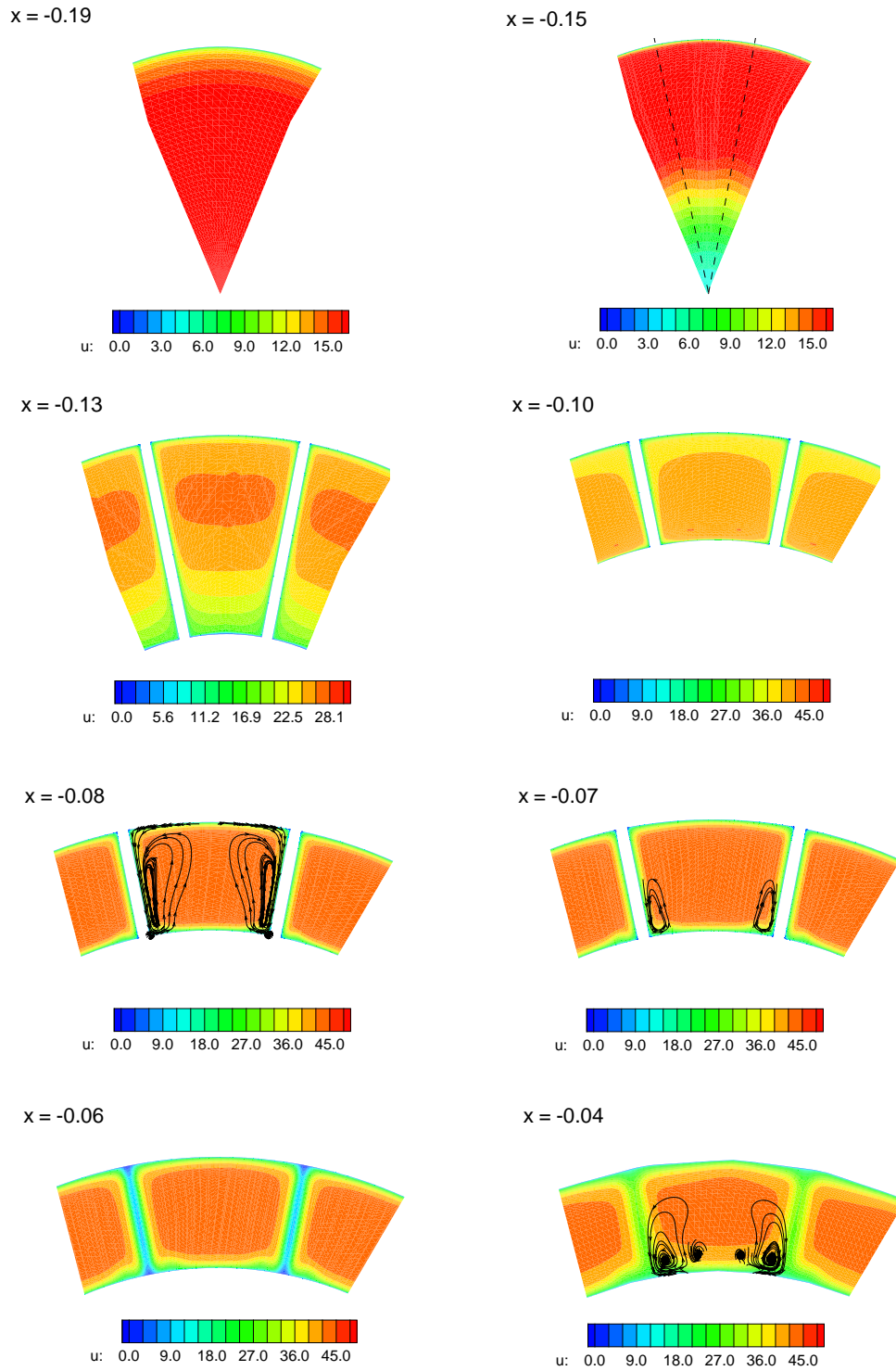


Abbildung 56: Konturen der Axialgeschwindigkeit u und Richtung der absoluten Quergeschwindigkeitskomponenten v und w in Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung des Zählers

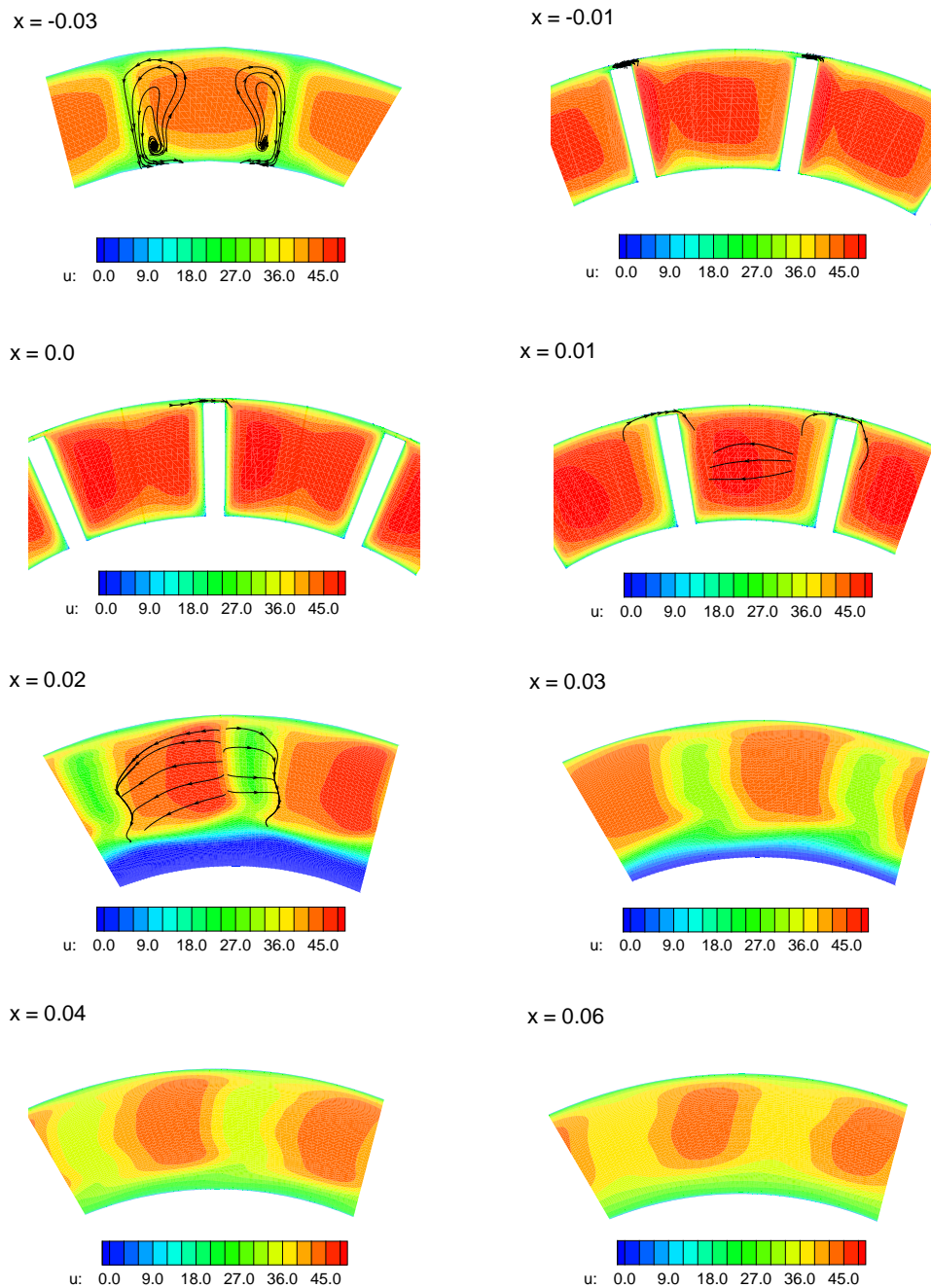


Abbildung 56 (Fortsetzung): Konturen der Axialgeschwindigkeit u und Richtung der absoluten Quergeschwindigkeitskomponenten v und w in Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung des Zählers

Die Ebenen $x = -0.13$ und $x = -0.10$ beschreiben den Bereich der Querschnittsverminderung durch den Verdrängungskörper und die Leitbleche des Stators. Die Strömung wird besonders im Bereich der Nabe beschleunigt und erreicht in der Ebene $x = -0.10$ maximale Geschwindigkeiten von $\approx 42 \text{ m/s}$. An den Wänden der Leitbleche und der Nabe bilden sich ebenfalls Grenzschichten aus.

Nahe der Abströmkante der Leitbleche, in den Querschnittsebenen $x = -0.08$ und $x = -0.07$, hat sich ein ausgebildetes Profil, gekennzeichnet durch eine gleichmäßige Verteilung der Geschwindigkeiten im Strömungskanal und deutlich sichtbare Grenzschichten an allen Wänden, innerhalb der einzelnen Schaufelpassagen gebildet. Die Richtung der Quergeschwindigkeiten zeigt die Sekundärströmung, verursacht durch die Querschnittsverengung des Strömungskanals, an. Während der Umströmung des Verdrängungskörpers folgt die Strömung der Körperkontur und erfährt so eine radial nach außen gerichtete Geschwindigkeitskomponente. Dadurch bilden sich in jeder Schaufelpassage zwei entgegengesetzt rotierende Sekundärwirbel aus, dessen radiale Ausdehnung nahezu der Schaufelhöhe entspricht. Stromabwärts verändert sich dieser Wirbel in Form und Lage. Er wird kleiner und wandert in radialer Richtung zur Nabe. Eine Ausschnittsvergrößerung des Bereichs, in dem die Statorschaufel an das Gehäuse (Abb. 57 a) und die Nabe (Abb. 57 b) grenzt, zeigt, daß die Sekundärwirbel weitere Wirbel in den Ecken erzeugen. Die Auflösung dieser sehr kleinen Eckwirbel (Tertiärwirbel) belegt die feine Auflösung des verwendeten strukturierten Gitters.

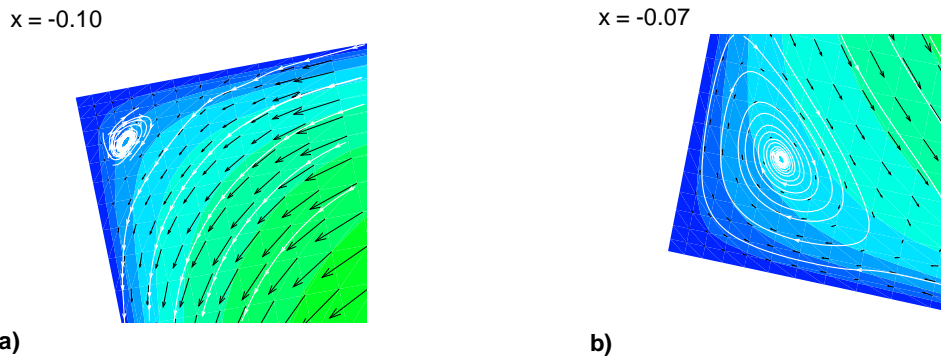


Abbildung 57: Konturen der Axialgeschwindigkeit in der vergrößerten Ansicht der Eckwirbel zwischen Gehäuse und Stator (a) sowie zwischen Nabe und Stator (b)

Stromab der Statorschaufeln, $x = -0.06$ und $x = -0.04$, entsteht ein Nachlaufgebiet mit sehr kleinen Axialgeschwindigkeiten. Die Strömung versucht den Geschwindigkeitsgradienten zwischen dem Nachlauf und dem Rest des Querschnitts durch eine in den Nachlauf gerichtete Sekundärströmung auszugleichen. Demzu-

folge erhöht sich die Geschwindigkeit im Nachlauf stromabwärts des Stators und vergleichmäßigte somit das gesamte Geschwindigkeitsprofil. Ein negativer Druckgradient zwischen Gehäuse und Nabe sorgt für die innerhalb des Nachlaufgebietes radial nach innen orientierte Sekundärströmung. An der Nabe entstehen dadurch weitere Sekundärwirbel, die mit der Strömung stromab konvektiert werden. Selbst kurz vor dem Eintritt in den Rotor, $x = -0.03$, sind noch nicht alle Sekundärwirbel dissipiert und auch das Geschwindigkeitsprofil läßt die Nachläufe noch deutlich erkennen.

Die Ebenen $x = -0.01$, $x = 0.0$ und $x = 0.01$ bilden die Strömung im Bereich des Rotors ab. Neben der vorher bereits ausführlich diskutierten Spaltströmung ist auch hier mit zunehmender axialer Lauflänge die Homogenisierung des Geschwindigkeitsprofils in jeder einzelnen Schaufelpassage zu erkennen. Die Sekundärströmung ist zwischen zwei benachbarten Schaufeln von der Druck- zur Saugseite des Stators gerichtet und wird durch den Druckgradienten zwischen den beiden Schaufelseiten verursacht.

In der Abströmung des Rotors vergrößert sich die Querschnittsfläche aufgrund der konischen Gestalt der Nabe hinter dem Rotor sprunghaft. Die Axialgeschwindigkeit stromab des dadurch entstandenen Absatzes ist entsprechend klein. Ähnlich wie hinter dem Stator ist der Nachlauf stromab der Rotorschaukel sehr ausgeprägt. An der Richtung der Quergeschwindigkeiten ist zu erkennen, daß die Sekundärströmungen auch hier noch durch die Druckverhältnisse in der Rotorpassage bestimmt sind. Die Sekundärströmungen verlaufen also von dem Ort im Profil, der im Rotor der Druckseite entspricht, zu dem entsprechenden der Saugseite. Mit zunehmender Entfernung stromab des Rotors vergleichmäßigte sich das Geschwindigkeitsprofil durch die Durchmischung der Strömung. Dabei rotiert das gesamte Profil gegen den Uhrzeigersinn, da die Abströmung des Rotors drallbehaftet ist.

Die qualitative Analyse der Sekundärströmungseffekte erklärt die Strömung plausibel. Sie läßt aber keine endgültige Beurteilung der diskutierten Effekte - vor allem im Hinblick auf eine etwaige Beeinflussung der Meßgenauigkeit des Zählers - zu. Das quantitative Verhältnis der Quergeschwindigkeit u_{quer} zur Axialgeschwindigkeit u wird deshalb in Abb. 58 für den Einlauf, den Stator und die Anströmung des Rotors dargestellt. Die Zuordnung der x -Koordinate zu bestimmten Orten im Zähler erfolgt anhand von Abb. 53.

Das Verhältnis der Quergeschwindigkeit zur Hauptströmungsgeschwindigkeit steigt vom Eintritt bis $x = -0.14$ stark an und erreicht hier mit $u_{quer}/u = 31.5\%$ das absolute Maximum. Die Ursache dafür ist die starke Umlenkung der Strömung im Bereich des Verdrängungskörpers. Weiter stromab reduziert sich der Anteil der Quergeschwindigkeiten stetig, bis er bei $x = -0.07$ fast vollständig dissipiert ist. Das heißt, die Sekundärwirbel, die in dieser Ebene auftreten, sind nur sehr

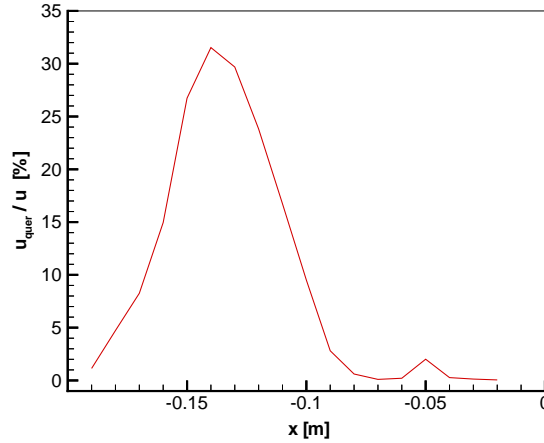


Abbildung 58: Quergeschwindigkeit u_{quer}/u im Einlauf, im Stator und der Anströmung des Rotors

schwach und beeinflussen die Hauptströmungsrichtung nicht bzw. nur unerheblich. Stromabwärts, bei $x = -0.05$, entsteht ein zweites lokales Maximum mit $u_{\text{quer}}/u = 1.5\%$. Die hier auftretenden Quergeschwindigkeiten werden durch die Durchmischung der Strömung im Nachlauf des Rotors verursacht und sind bereits nach einer sehr kurzen Lauflänge stromabwärts wieder dissipiert.

Als Ergebnis der quantitativen Analyse der Quergeschwindigkeiten läßt sich festhalten, daß in der untersuchten Konfiguration Sekundärströmungen auftreten, die bis zum Erreichen des Rotors vollständig abgebaut sind und deshalb keinen Einfluß auf die Meßgenauigkeit des Zählers ausüben.

Sowohl bei der dreidimensionalen Darstellung der Geschwindigkeitsprofile in Abb. 46 als auch bei der Untersuchung der Sekundärströmungen ist die starke Ausprägung der Statornachläufe bis zum Eintritt in den Rotor erkennbar. Weitere Untersuchungen haben gezeigt, daß der zeitliche Verlauf des Momentenbeiwertes c_m des Rotors Schwankungen unterworfen ist, die 95% seines Mittelwertes (vgl. Abb. 31 a) betragen. Aufgrund dessen wird der Einfluß des Nachlaufes auf die Strömung im Rotor anhand der Abb. 59 erklärt. Die Axialgeschwindigkeit der Mittelebene einer Schaufelpassage wird hier für die fünf untersuchten Ebenen im Nachlauf des Stators bzw. der Anströmung des Rotors dargestellt.

Das Axialgeschwindigkeitsprofil weist in allen untersuchten Ebenen ein deutliches Minimum im Gebiet des Nachlaufs auf. Direkt hinter den Leitblechen des Stators, bei $x = -0.06$, beträgt die Geschwindigkeit im Nachlauf nur 10 m/s bei einem durchschnittlichen Wert von 41 m/s . Stromabwärts steigt die Geschwindigkeit im Nachlauf zwar stark an, aber selbst kurz vor dem Eintritt in den Rotor beträgt das Verhältnis der minimalen zur durchschnittlichen Geschwindigkeit noch immer

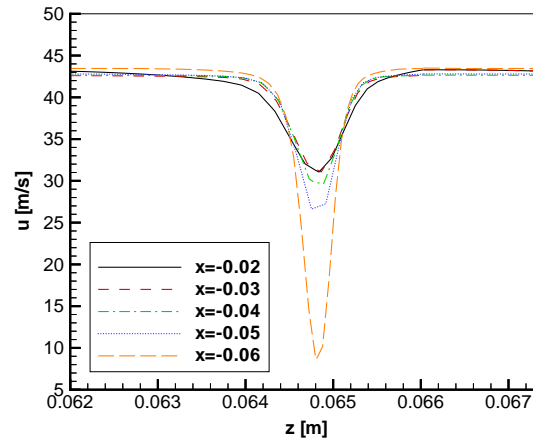


Abbildung 59: Axialgeschwindigkeit u in der Mittelebene des Zählers für verschiedene Querschnittsebenen im Nachlauf des Stators

nur 75%. Aus diesem Geschwindigkeitsprofil am Einlaß des Rotors resultiert eine periodisch instationäre Belastung des Rotorprofils, die nicht erwünscht ist.

Die hier beschriebenen Interaktionen zwischen Stator und Rotor könnten durch eine optimierte Beschaukelung des Rotors verringert werden. Eine Möglichkeit ist die Verjüngung der Leitbleche zur Abströmkante hin, so daß der Nachlauf in seiner räumlichen Ausbreitung kleiner ist. Die Leitbleche dürfen dabei allerdings nicht schwingungsanfälliger werden als die originale Konstruktion, da sonst zusätzlicher Lärm im Zähler generiert werden könnte. Eine zweite Möglichkeit ist die Verkürzung der Leitbleche des Stators. Bei der konstruktiven Veränderung muß allerdings gewährleistet werden, daß die Gleichrichtung der Strömung im Leitrad noch immer ausreichend ist.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse der dreidimensionalen Simulationen beschreiben die Strömung in der ersten Stufe des Turbinenradgaszählers sowohl in ihrer Hauptströmung als auch in vielen Einzelheiten. Anhand der übersichtlichen Darstellung der Strömung ist es gelungen, die für die Praxis wichtigen Effekte - wie z.B. den Einfluß des Statornachlaufs auf die Rotorströmung - anschaulich darzustellen.

Detailliertere, teils quantitative Untersuchungen haben Axialgeschwindigkeitsprofile des Nachlaufs analysiert und damit Verbesserungsvorschläge für mögliche konstruktive Veränderungen nahegelegt oder aber auch die Auswirkungen der Wandgrenzschichten auf den Anströmwinkel des Rotors erklärt. Die feine Gitterauflösung ermöglicht sogar die Untersuchung von Sekundärströmungseffekten. Hier ist vor allem die Diskussion der Strömung im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse sowie die Entstehung von Sekundärwirbeln im Stator zu nennen.

Diese Ergebnisse tragen erheblich zum besseren Verständnis der Strömung im Turbinenradgaszähler bei. Insbesondere die nur in der dreidimensionalen Geometrie auftretenden Effekte, verursacht durch den Schaufelspalt, den Verdrängungskörper und die Gehäuse- und Nabenwand, ergänzen die Ergebnisse der zweidimensionalen Simulationen. Die Übereinstimmung der Kernaussagen der zweidimensionalen und dreidimensionalen Simulationen spricht aber auch dafür, daß es durchaus sinnvoll ist, weniger aufwendige zweidimensionale Simulationen durchzuführen, wenn sichergestellt ist, daß dadurch keine zu großen Einschränkungen der Realität gemacht werden.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Der Strömungslöser ACHIEVE wurde so weiterentwickelt, daß reibungsbehaftete, zeitgenaue Strömungen in mehrstufigen Turbomaschinen berechnet werden können. Das Hauptaugenmerk lag bei der Entwicklung des Strömungslösers auf der Implementierung der „sheared-cell“ Technik zur zeitgenauen Kopplung ruhender und bewegter Gitternetze. Als Grundlage diente eine bestehende Version des zweidimensionalen, parallelisierten Strömungslösers ACHIEVE, der in der Lage war, reibungsbehaftete, instationäre Strömungen zu berechnen. Der Löser wurde zunächst zur Handhabung flexibler, mehrseitiger Blocktopologien modifiziert. Dazu wurde die interne Adressierung der Rechenzellen neu organisiert. Anschließend wurde das Verfahren zur instationären, konservativen Kopplung bewegter Gitter in den Quellcode implementiert.

Der Test des Strömungslösers erfolgte in zwei Schritten. Zuerst wurde das implementierte k - ω -Turbulenzmodell anhand einer Rohrströmung mit experimentellen Daten und der Theorie nach dem universellen Geschwindigkeitsverteilungsgesetz in Wandnähe überprüft. Danach erfolgte die Simulation einer Niederdruckturbinenschaufel als typische Turbomaschinenanwendung. Dabei wurde der Verlauf des statischen Schaufeldrucks experimentellen Daten und berechneten Ergebnissen des kommerziellen Strömungslösers Fluent gegenübergestellt.

Die Ergebnisse beider Testfälle zeigten eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten, turbulenten Strömung mit den Vergleichswerten aus der Theorie und den Experimenten. Desweiteren erwies sich die Verwendung hybrider Gitter im Strömungslöser Fluent als sinnvoll und führte nicht zu schlechteren Ergebnissen als bei der rein strukturierten Diskretisierung.

Im zweiten Schritt wurde die Kopplung bewegter und ruhender Geometrien am Beispiel der zweidimensionalen Simulation des zweistufigen Turbinenradgaszählers AccuTestTM überprüft. Da hier keine theoretischen oder experimentellen Vergleichsdaten vorliegen, wurde die mit Fluent berechnete Strömung als Referenz

herangezogen, da dieser Löser bereits in der Vergangenheit für einen ähnlichen Anwendungsfall validiert wurde.

Als Ergebnis wurde hier eine gute Übereinstimmung der instationären Strömungen festgestellt. Der quantitative Vergleich der zeitlich variierenden Tangentialkraftbeiwerte der Schaufeln zeigte allerdings kleinere Abweichungen in den Ergebnissen der beiden Löser. Diese sind zum einen auf die verschiedenen numerischen Zeitintegrationsverfahren in ACHIEVE und Fluent, die zu einer unterschiedlichen zeitlichen Auflösung führten, als auch auf die relativ grobe Gitterauflösung an der Stator/Rotor Blockgrenze des numerischen Gitters in ACHIEVE zurückzuführen.

Die Strömungslöser ACHIEVE und Fluent wurden dann zur Berechnung der instationären, turbulenten und mehrdimensionalen Strömung im zweistufigen Turbinenradgaszähler AccuTestTM benutzt. Das Ziel der Simulationen war, die wesentlichen Strömungsvorgänge im Inneren des Zählers zu beschreiben, wobei besonders die Entkopplung der beiden Stufen sowie der Hochdruckversatz erklärt werden sollten.

In den zweidimensionalen Simulationen wurde der Einfluß der Mach-Zahl und Reynolds-Zahl sowie des Drucks auf die Umströmung des ersten Rotors untersucht. Zunächst wurde dabei die Funktionsweise des Absatzes an der Abströmkannte erklärt. Hier wird selbst für kleine Anströmwinkel eine zusätzliche Auftriebskraft erzeugt, die die Genauigkeit des Zählers im Bereich kleiner Volumenströme erhöht. Die Umströmung der aerodynamisch ungünstig geformten Abströmkannte zeigte eine massive Wirbelbildung im Nachlauf, die zudem von der Reynolds-Zahl abhängig ist. Die Hypothese, daß der Hochdruckversatz des Turbinenradgaszählers in Wirklichkeit die Abhängigkeit der Strömung von der Reynolds-Zahl beschreibt, wurde durch den Vergleich mit Ergebnissen aus Messungen und dreidimensionalen Simulationen bestätigt.

In weiteren Simulationen in der Mittelebene des Turbinenradgaszählers wurde die instationäre Strömung in beiden Stufen des Zählers berechnet. Das primäre Ziel, die Entkopplung der beiden Rotoren nachzuweisen, wurde durch eine DFT-Analyse der instationären Tangentialkraftbeiwerte c_t der einzelnen Schaufeln vollzogen. Es zeigte sich zwar ein Einfluß der Bewegung des zweiten Rotors auf die Tangentialkraftbeiwerte im ersten Rotor, allerdings kann diese nur schwache Kopplung für praktische Anwendungen vernachlässigt werden. Für die Theorie ist die Kopplung allerdings von großer Bedeutung, da sie den elliptischen Charakter der Unterschallströmung widerspiegelt, nach der sich Informationen im Integrationsgebiet in alle Richtungen, auch entgegen der Hauptströmungsrichtung, ausbreiten.

In der zweiten Stufe traten sehr starke Stator/Rotor Interaktionen auf, die sich durch hohe Amplituden im Tangentialkraftbeiwert des Rotors äußerten. Sie wurden auf den geringen axialen Abstand zwischen Leitschaufeln und Rotor zurück-

geführt. Eine Konstruktion mit verkürzten Leitblechen im Stator der zweiten Stufe wurde in der Simulation getestet und ergab eine Reduzierung der Amplitude des Tangentialkraftbeiwertes um 47%. Experimente bestätigten den positiven Einfluß des verkürzten Stators. Er bewirkte in der Praxis eine bessere Linearität der Genauigkeitskurve der Rotoren im gesamten Volumenstrombereich des Zählers und senkte außerdem den Meßfehler.

Mit dem Ziel, die Geometrie des Zählers in ihren Einzelheiten besser zu berücksichtigen als in der Simulation der Mittelebene, wurden dreidimensionale Simulationen der ersten Stufe durchgeführt. Das blockstrukturierte Gitter bestand dabei aus 1 Million Zellen und löste sämtliche Wandgrenzschichten zufriedenstellend auf. Die berechneten Ergebnisse bestätigten die Resultate der zweidimensionalen Simulationen und brachten weitere wichtige Erkenntnisse über die Strömung.

Die Wandgrenzschichten an Gehäuse und Nabe sowie die mit zunehmenden Radius größer werdende relative Anströmgeschwindigkeit verändern den Anströmwinkel des Rotors und führen in radialer Richtung zu einer Variation des Staudrucks an der Anströmkante. Im Spalt zwischen Rotorscheufel und Gehäuse bildet sich nur nahe der Anströmkante ein Wirbel aus. Stromabwärts entsteht im Spalt das Quergeschwindigkeitsprofil einer nicht vollständig entwickelten Couette-Strömung, was zu dem Ergebnis führte, daß die Spaltströmung vornehmlich durch die Bewegung des Rotors und nicht wie in Turbinen durch den Druckgradienten zwischen Druck- und Saugseite bestimmt ist.

Die detaillierte Untersuchung der Strömung in Querschnittsebenen senkrecht zur Hauptströmungsrichtung stellte anschaulich die Auswirkung von Änderungen des Strömungsquerschnitts und dessen Einfluß auf die Axialgeschwindigkeitsverteilung dar. Die sehr feine Auflösung kleinster Sekundär- und Tertiärwirbel dokumentierte dabei die hohe Qualität des Gitters. Aus der Größe der Quergeschwindigkeiten ließ sich ableiten, daß nicht etwa die bei der Umströmung des Verdrängungskörpers entstehenden Quergeschwindigkeiten, sondern die Dicke und Länge des Stators bzw. der Abstand zwischen Stator und Rotor entscheidenden Einfluß auf die Strömung im ersten Rotor haben.

Eine erste Modifikation des Zählers wurde mit der Verkürzung des zweiten Stators bereits durchgeführt und hat sich positiv auf die Meßgenauigkeit ausgewirkt. Die Simulationsergebnisse legen allerdings noch weitere konstruktive Veränderungen nahe. Ein Hauptproblem - der Hochdruckversatz - wird durch die von der Reynolds-Zahl abhängige Umströmung der Rotoren verursacht. Es muß also das Ziel sein, die Umströmung des Rotors so zu verändern, daß die sogenannte kritische Reynolds-Zahl, oberhalb derer die Strömung nahezu unverändert ist, so weit herabgesetzt wird, daß der gesamte Anwendungsbereich des Zählers über der kritischen Reynolds-Zahl liegt. Erste Überlegungen führten zu zwei verschiedenen Alternativen der Rotorkonstruktion (Abb. 60). Beide basieren darauf, daß

die auftriebserzeugende Funktion des Absatzes an der Abströmkannte durch eine Wölbung des Profils ersetzt wird. Die Stärke der Wölbung sollte dabei aus einer Kombination von numerischen und experimentellen Untersuchungen ermittelt werden. Die Reduzierung der kritischen Reynolds-Zahl kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen.

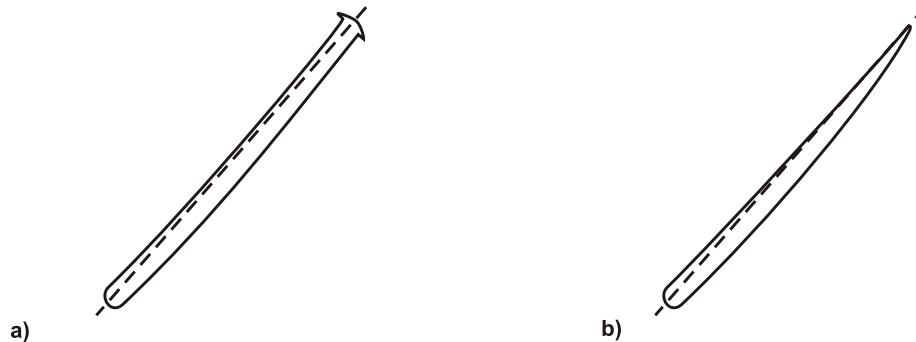


Abbildung 60: Alternative Rotorkonstruktionen

Der ersten Variante (Abb. 60 a) liegt die Überlegung zu Grunde, daß die Abströmkannte symmetrisch und unter Beibehaltung des Absatzes so stumpf konstruiert wird, daß die Wirbelerzeugung schon für sehr kleine Reynolds-Zahlen auftritt und im gesamten Anwendungsbereich ähnlich ist. Erste numerische Untersuchungen haben bereits gezeigt, daß die Strömung im Nachlauf des Stators gegenüber der herkömmlichen Konstruktion symmetrischer ist. Desweiteren reduziert sich die Strömungsumlenkung $\Delta\beta$ im Rotor und die Verschiebung des Staupunktes γ der Anströmkannte. Dennoch besteht auch hierbei noch immer eine zu starke Abhängigkeit der Umlenkung von der Reynolds-Zahl der Anströmung.

Die zweite Alternative (Abb. 60 b) sieht eine aerodynamisch geformte Abströmkannte vor, so daß die Abströmung möglichst glatt ohne signifikante Wirbelbildung ist. Diese Variante ist der aus Abb. 60 a) sicherlich vorzuziehen, da im Nachlauf eine geringere Entropieproduktion zu erwarten ist und dadurch auch der Druckverlust im Zähler geringer sein dürfte.

Weiteres Entwicklungspotential offenbart die starke zeitliche Schwankung der Tangentialkraftbeiwerte c_t bzw. des Momentenbeiwertes c_m der Rotoren. Als Hauptursache wurde die Nachlaufdelle in der Abströmung des entsprechenden Stators identifiziert. Hier könnte in der Zukunft eine Optimierung der Länge der Statoren unter Berücksichtigung der Strömungsgleichrichtung durchgeführt werden. Das Ziel sollte dabei sein, die Leitbleche so weit zu verkürzen, wie es bei gleichbleibender Gleichrichtung der Strömung möglich ist.

Desweiteren ist es sinnvoll, die Stärke der Leitbleche, die sich in der Größe des

Nachlaufgebietes widerspiegelt, zu überdenken. Sinnvoll sind dabei auch Leitbleche, deren Stärke sich zur Abströmkante hin reduziert. Als einschränkende Bedingung müssen dabei allerdings fertigungstechnische Vorgaben der Mindeststärke der Leitschaufeln eingehalten werden.

Im Hinblick auf zukünftige numerische Simulationen läßt sich festhalten, daß noch leistungsfähigere Rechner mit höherer Taktfrequenz und größerem Hauptspeicher benötigt werden, um räumlich komplexe, zeitabhängige Probleme in vertretbaren Zeiträumen zu berechnen. Der zweistufige Turbinenradgaszähler könnte dann komplett - beide Stufen und alle Schaufelpassagen - berechnet werden. Damit wäre es dann auch möglich, den Einfluß verschiedener Vorstörungen wie Drall oder Profildeformationen, die durch eine stromaufwärtige Störung verursacht werden, zu untersuchen.

Gleichzeitig bieten aber auch die hier eingesetzten numerischen Werkzeuge noch genügend Spielraum für zukünftige Entwicklungen. Die Leistungsfähigkeit des Gittergenerierungsprogramms Gambit hat sich seit dem Erscheinen der ersten Versionen zwar schon bedeutend erhöht, doch besteht hier besonders beim Glätten bestehender Gitter oder beim Export in unterschiedliche Dateiformate noch Nachholbedarf. Die Strömungslöser ACHIEVE und Fluent haben die in sie gesetzten Anforderungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfüllt. Dabei hat sich der kommerzielle Löser Fluent mit seiner großen Bandbreite von numerischen Modellen besonders bei der schnellen Bearbeitung und Abschätzung von Strömungen als eine gute Wahl erwiesen. Das Programm ACHIEVE ist im Vergleich zu Fluent ein auf einige bestimmte Anwendungen zugeschnittenes, leistungsfähiges Programm, das seine volle Leistungsfähigkeit erst bei bestimmten speziellen Detailproblemen entwickelt. ACHIEVE sollte in der Zukunft aber hinsichtlich seines Bedienungskomforts und der Verwendbarkeit unterschiedlicher Gittertypen erweitert werden. So würde ein Multigrid Verfahren oder die Möglichkeit der unstrukturierten Raumdiskretisierung die Effizienz des Programms sicherlich steigern.

Bezogen auf die Durchflußmeßtechnik ist in den letzten Jahren ein deutlicher Trend, die experimentellen Erkenntnisse mit denen aus numerischen Simulationen zu ergänzen, erkennbar. Die numerische Simulation hat hier in kurzer Zeit schon entscheidend dazu beigetragen, das Verständnis der Vorgänge in Ultraschallzählern, Wirbelfrequenzzählern und Turbinenradgaszählern zu verbessern oder gar Modifikationen vorzuschlagen. Auch in der Zukunft besteht hier noch ein sehr großes Untersuchungspotential, da die Arbeitsweise der Durchflußmeßgeräte auf einer Vielzahl von empirischen Erfahrungen basiert, deren Effizienz häufig mit modernen Methoden wie der numerischen Simulation noch zu steigern ist.

Literaturverzeichnis

- [1] *Turbinenradgaszähler, DIN Norm 33800*. Berlin, 1986.
- [2] *ISO 9951: Measurement of Gas Flow in closed Conduits - Turbine Meters*, 1993.
- [3] *DIN EN 12 261: Turbinenradgaszähler*, Entwurf Januar 1996.
- [4] Esso AG. *Oeldorado '99*. Hamburg, 1999.
- [5] G. D. van Albada, B. van Leer, and W. W. Roberts. A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics. *Astron. Astrophys.*, Vol. 108, 76-84, 1982.
- [6] D. A. Anderson, J. C. Tannehill, and R. H. Pletcher. *Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1984.
- [7] J. D. Jr. Anderson. Governing Equations of Fluid Dynamics. In *Computational Fluid Dynamics*, Berlin, 1991. Springer-Verlag.
- [8] H.-D. Baehr. *Thermodynamik*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [9] R. C. Baker. Turbine Flowmeters: II. Theoretical and Experimental published Information. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 4(3), 123-144, 1993.
- [10] B. S. Baldwin and H. Lomax. Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. *AIAA-Paper 78-257*, 1978.
- [11] R. M. Beam and R. F. Warming. An Implicit Finite Difference Algorithm for Hyperbolic Systems in Conservation-Law Form. *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, 1976.
- [12] R. M. Beam and R. F. Warming. An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equation. *AIAA Journal*, Vol. 18(4), 1978.

- [13] W. Beitz and K.-H. Küttner. *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [14] K. W. Bonfig. *Technische Durchflußmessung*. Vulkan-Verlag, Essen, 1977.
- [15] M. Brinkmann. Reduktion von Strömungsstörungen im Leitrad eines Turbinenradgaszählers. Ruhrgas AG, TAZN 4.1.54, 1998.
- [16] A. Brümmer. Der Einfluß von Druckpulsationen auf die Meßgenauigkeit von Turbinenradzählern. In *Workshop Kolbenverdichter*, Rheine, 29.-30.10. 1997.
- [17] A. Bußmann. Numerische Simulation von instationären Strömungen in Turbomaschinen. Dissertation. Universität GH Essen, 2000.
- [18] T. Cebeci and A. M. O. Smith. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. Academic-Press, London, 1974.
- [19] P. Cizmas and R. Subramanya. *Parallel Computation of Rotor-Stator Interaction*. [http: //www.psc.edu/research/parsi/parsi.html](http://www.psc.edu/research/parsi/parsi.html), 1999.
- [20] R. Courant, K. O. Friedrichs, and H. Lewy. Über die partiellen differenzengleichungen der Mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, Vol. 100, 32-74, 1928.
- [21] H. H. Dijkstra and J. T. M. Bergervoet. Flow Straighteners for Gas Turbine Flow Meters. Technical report, Instromet, 1999.
- [22] Elster Handel GmbH. *Meßgeräte - Turbinenradgaszähler*, 1994.
- [23] K. Engel. Numerische Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinenkomponenten. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt 97-19, 1997.
- [24] K. Engel and F. Eulitz. Numerical Investigation of the Unsteady Flow through Turbomachinery Components on Parallel Computers. *AIAA-Paper-1999*.
- [25] K. Engel et al. Numerical Investigation of the Rotor-Stator Interaction in a Transonic Compressor Stage. *AIAA-Paper-94-2834*.
- [26] J. J. Erdos, E. Alzner, and W. McNally. Numerical Solution of Periodic Transonic Flow Through a Fan Stage. *AIAA Journal*, Vol. 15(11), 1559-1568, 1977.

- [27] F. Eulitz. A RANS Method for the Time-Accurate Simulation of Wake-Induced Boundary-Layer Transition in Turbine Flows. *ISABE 99-7275*, 1999.
- [28] F. Eulitz. Numerische Simulation und Modellierung der instationären Strömung in Turbomaschinen. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt 2000-05, 2000.
- [29] F. Eulitz, K. Engel, and H. Gebing. Numerical Investigation of the Clocking Effects in a Multistage Turbine. In *International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition*, Birmingham, UK, June 1996.
- [30] M. Faden. Interaktive Simulation instationärer Strömungen auf einem massiv-parallelen Rechner. Dissertation. Universität GH Essen, 1993.
- [31] J. H. Ferziger. Recent Advances in Large Eddy Simulation. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, Vol. 3, 163-175, 1996.
- [32] Fluent. ERCOFTAC F1 and U1 Test Cases Modeled. *Fluent News*, Fall 2000.
- [33] Fluent. Fluent 5, July 1998. Lebanon, NH, USA.
- [34] Fluent. Tgrid 3, June 1997. Lebanon, NH, USA.
- [35] Fluent. Gambit I, May 1998. Lebanon, NH, USA.
- [36] K. Gersten. *Einführung in die Strömungsmechanik*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1992.
- [37] K. Gersten and H. Herwig. *Strömungsmechanik - Grundlagen der Wärme- und Stoffübertragung aus asymptotischer Sicht*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1992.
- [38] M. B. Giles. Calculation of Unsteady Wake/Rotor Interaction. *Journal of Propulsion*, Vol. 4(4), 1987.
- [39] M. B. Giles. Stator/Rotor Interaction in a Transsonic Turbine. In *AIAA/SAE/ASME/ ASEE 24th Joint Propulsion Conference*, Boston, USA, July, 11-13, 1988.
- [40] M. B. Giles. UNSFLO: A Numerical Method for Unsteady Flow in Turbomachinery. Technical Report 205, GTL, MIT, 1991.
- [41] S. K. Godunov. A Difference Scheme for Numerical Computation of Discontinuous Solutions of Hydrodynamic Equations. *Math. Sbornik*, Vol. 47, 357-393, 1969.

- [42] D. Hänel. *Einführung in die numerische Fluidodynamik*. Universität GH Duisburg, 1992.
- [43] A. Harten. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *Journal of Computational Physics*, Vol. 49, 357-393, 1983.
- [44] A. Harten. On a Class of High Resolution Total Variation Stable Finite Difference Schemes. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol. 21, 1-23, 1984.
- [45] M. Hiegemann. Berechnung der Strömung im rotierenden Laufrad eines Turbinenradgaszählers. Ruhrgas AG, TAZN 4.5.20, 1998.
- [46] M. Hiegemann. Simulation der Stator/Rotor Interaktion eines zweistufigen axialen Turbinenradgaszählers. Ruhrgas AG, TAZN 4.5.20, 1998.
- [47] T. Hildebrandt. Weiterentwicklung von 3D Navier-Stokes-Verfahren zur Anwendung in hochbelasteten Verdichter- und Turbinengittern. Dissertation. Universität Bw München, 1998.
- [48] A. Hilgenstock. The ViB-Code to Simulate 3-D Stator/Rotor Flow in Axial Turbines. Technical report, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, DLR-FB 92-19, 1992.
- [49] A. Hilgenstock, Th. Hüwener, and B. Nath. Kalibra - A Fast Numerical Method for Determining Installation Effects in Ultrasonic Flowmeters. In *Proceedings of the 9th International Conference on Flow Measurement, FLOMEKO*, Lund, Sweden, June, 15-17, 1998.
- [50] A. Hilgenstock, Th. Hüwener, and B. Nath. Prediction of Measurement Errors of Ultrasonic Flowmeters in Disturbed Flow Conditions. In *Proceedings of the International Gas Research Conference*, San Diego, California, USA, November, 8-11, 1998.
- [51] W. Hoffmann. Programmsystem zur numerischen Behandlung stationärer räumlicher Strömungen in Turbomaschinenkomponenten. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, DLR-FB 90-18, 1990.
- [52] Th. Hüwener and A. Bußmann. Implicit Difference Methods and Time Accuracy in Turbomachinery. In *Third Seminar on Euler and Navier-Stokes Equations*, Prague, CR, May, 27-29, 1998.
- [53] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes. *AIAA-81-1259*, 1981.

- [54] W. P. Jones and B. E. Launder. The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, 301-314, 1972.
- [55] M. Kallenberg. Numerische Simulation der chemisch reagierenden Strömung in einer typischen Überschallbrennkammer. Dissertation. Universität GH Essen, 1999.
- [56] P. M. A. van der Kam and K. van Dellen. The Effect of Double Bends out of Plane on Turbine Meters. *Flow Measurement Instrumentation*, Vol. 2, 61-68, 1991.
- [57] A. N. Kolmogorov. Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid. *Izvestia Academy of Sciences, USSR, Physics*, Vol. 6(1, 2), 56-68, 1942.
- [58] S. Kolpatzik. Numerische Simulation der Ausbreitung von Wellen in Gasströmungen. Dissertation. Universität GH Essen, 2000.
- [59] J. Körte, M. Franz, and V. Wetzel. Tendenzen in der eichpflichtigen Großgasmengenmessung in Deutschland. *Gaswärme International*, Vol. 46(9), 423-430, 1997.
- [60] B. E. Launder and D. B. Spalding. *Mathematical Models of Turbulence*. Academic-Press, London, 1972.
- [61] E. von Lavante. Elliptic Generation of Two-Dimensional Grids for internal Flow Calculations. TEES, 12415-82-01, 1982.
- [62] E. von Lavante. The Accuracy of Upwind Schemes Applied to the Navier-Stokes Equations. *AIAA Journal*, Vol. 28(7), 1990.
- [63] E. von Lavante. Flow Simulations using Parallel Algorithms on a PC-Type Workstation Cluster. In *Seminar on Euler and Navier-Stokes Equations*, Prague, CR, May, 27-29, 1998.
- [64] E. von Lavante, A. El-Miligui, and F. E. Cannizaro. Simple Explicit Upwind Schemes for Solving Compressible Flows. In *8. GAMM Konferenz, Numerical Methods in Fluid Mechanics*, Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1990.
- [65] E. von Lavante and T. Hauser. Computational Fluid Dynamics - Basic Concepts. Edinburgh Parallel Computer Center, 1995.
- [66] E. von Lavante and W. T. Thompkins. An Implicit, Bi-Diagonal Numerical Method for Solving the Navier-Stokes Equations. In *AIAA 20th Aerospace Sciences Meeting*, Orlando, Florida, USA, January, 11-14, 1982.

- [67] E. von Lavante and J. Yao. Simulation of Flow in Exhaust Manifold of an Reciprocating Engine. In *AIAA 24th Fluid Dynamic Conference*, Orlando, Florida, USA, July 6-9, 1993.
- [68] E. von Lavante, A. Zachcial, D. Zeitz, B. Nath, and H. Dietrich. Effects of various geometric Parameters on Flow Behavior in Sonic Nozzles. In *Proceedings of the 10th International Conference on Flow Measurement, FLOMEKO*, Salvador, Brasil, June, 4-8 2000.
- [69] W. F. Z. Lee. Performance of a Self-Adjusting Gas Turbine Meter. In *Proceedings of International Symposium on Fluid Flow Measurement*, AGA, November, 16-19, 1986.
- [70] W. F. Z. Lee, D. C. Blakeslee, and R. V. White. A Self-Correcting and Self-Checking Gas Turbine Meter. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 104, 143-149, 1982.
- [71] W. F. Z. Lee and H. Karlby. A Study of Viscosity Effect and Its Compensation on Turbine-Type Flowmeters. *Journal of Basic Engineering, Transactions ASME*, Vol. 82, 717-728, 1960.
- [72] W. F. Z. Lee, R. V. White, F. M. Sciulli, and A. Charwat. *United States Patent, No. 4,305,281*. Rockwell International Corporation, 1981.
- [73] B. van Leer. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme: I. The Quest of Monocinicity. *Lecture Notes in Physics*, Vol. 18, 163-168, 1973.
- [74] B. van Leer. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme: A Second-Order Sequel to Godunov's Method. *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, 101-136, 1979.
- [75] B. van Leer. Flux-Vector Splitting for the Euler Equations. NASA Langley Research Center, No. 82-30, 1982.
- [76] N. Lehmann. Dynamisches Verhalten von Turbinenradgaszählern. *Das Gas- und Wasserfach*, Vol. 131(4), 160-167, 1990.
- [77] M.-S. L. Liou. On a new Class of Flux Splittings. *13th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, July 6-10, 1992.
- [78] M.-S. L. Liou and Ch. J. Steffen. A new Flux Splitting Scheme. *Journal of Computational Physics*, Vol. 107, 23-39, 1993.
- [79] R. E. Mayle and A. Schulz. The Pass to Predicting Bypass Transition. *ASME-96-GT-486*, 1996.

- [80] B. Mickan, R. Kramer, G. Wendt, H. Müller, and D. Dopheide. Die Fehlerverschiebung eines Turbinenradgaszählers in Abhängigkeit vom Anströmprofil. *PTB-Mitteilungen*, Vol. 106(2), 113-124, 1996.
- [81] G. G. O'Brien, M. A. Hyman, and S. Kaplan. A Study of the Numerical Solution of Partial Differential Equations. *Journ. Math. Phys.*, Vol. 29, 223-251, 1951.
- [82] H. Oertel and E. Laurien. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [83] S. Perpeet. Numerische Simulation von Strömungsfeldern um Durchfluß-Meßanordnungen. Dissertation. Universität GH Essen, 2000.
- [84] A. Podgers. *private Kommunikation*, 2000.
- [85] T. H. Pulliam. Time Accuracy and the Use of Implicit Methods. *AIAA-93-3360-CP*, 1993.
- [86] T. H. Pulliam and D. S. Chaussee. A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm. *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, 347-363, 1981.
- [87] T. H. Pulliam and J. L. Steger. On Implicit Finite Difference Simulation of Three Dimensional Flow. In *AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting*, Huntsville, Alabama, USA, January, 16-18, 1978.
- [88] T. H. Pulliam and J. L. Steger. Recent Improvements in Efficiency, Accuracy, and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms. *AIAA-85-0360*, 1985.
- [89] M. M. Rai. Unsteady Three Dimensional Navier-Stokes Simulations of Turbine Rotor-Stator Interaction. *AIAA-Paper-87-2058*.
- [90] M. M. Rai. An Implicit, Conservative, Zonal-Boundary Scheme for Euler Equation Calculations. *AIAA-Paper-85-0488*, 1985.
- [91] M. M. Rai. A Conservative Treatment of Zonal Boundaries for Euler Equation Calculations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 62, 472-503, 1986.
- [92] M. M. Rai. Navier-Stokes Simulations of Rotor/Stator Interaction Using Patched and Overlaid Grids. *Journal of Propulsion*, Vol. 3(5), 1987.

- [93] R. B. J. Richards and J. T. M. Bergervoet. Einlauf-Vorstörungen an Turbinenradgaszählern, Theorie und Konstruktion des optimierten TRZ-Strahlrichters. Technical Report MRR94099/sp, Instromet B.V., 1999.
- [94] D. F. Robinson and H. A. Hassan. Further Development of the $k - \zeta -$ (Enstrophy) Turbulence Closure Model. *AIAA Journal*, Vol. 36(10), 1825-1833, 1998.
- [95] W. Rodi. *Turbulenzmodelle und ihre Anwendung mit Hilfe von Differenzenverfahren*. Universität Karlsruhe.
- [96] W. Rodi and D. B. Spalding. A Two-Parameter Model of Turbulence and its Application to Free Jets. *Wärme- und Stoffübertragung*, Vol. 3, 1970.
- [97] P. L. Roe. Some Contributions to the Modelling of Discontinuous Flows. *Lecture in Applied Mathematics*, Vol. 22, 163-193, 1985.
- [98] P. L. Roe and M. J. Baines. Algorithm for Advection and Shock Problems. In *Proceedings of 4th GAMM Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Wiesbaden, 1982. Vieweg-Verlag.
- [99] P.L. Roe. The Use of the Riemann Problem in Finite-Difference Schemes. *Lecture Notes in Physics*, Vol. 43, 357-372, 1980.
- [100] P.L. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme. *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, 476-485, 1981.
- [101] J. C. Rotta. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. *Zeitschrift für Physik*, Vol. 129, 547-572, 1951.
- [102] D. H. Rudy and J. C. Strickwerda. A Nonreflecting Outflow Boundary Condition for Subsonic Navier-Stokes Calculations. *Journal of Computational Physics*, Vol. 36, 55-70, 1980.
- [103] G. Scheuerer. Reynoldsspannungs-Turbulenzmodelle. In *Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Technik*, Karlsruhe, September, 25-27, 2000.
- [104] W. Schieber. *AccuTestTM - Innovative New Ideas in Turbine Meter Measurement*. American Meter Company, 1998.
- [105] W. Schieber. A Turbine Meter with Built-in Transfer Prover. In *Proceedings of the 9th International Conference on Flow Measurement, FLOMEKO '98*, Lund, Sweden, June, 15-17, 1998.

- [106] W. Schieber. *A Turbine Meter with Built-in Transfer Prover*. American Meter Company, 1999.
- [107] W. Schieber. *United States Patent, No. 5,866,824*. American Meter Company, 1999.
- [108] W. Schieber. *United States Patent, No. 6,065,352*. American Meter Company, 2000.
- [109] E. D. Schmitter. *Rechnergestützte Analyse und Darstellung von Daten*. [http: //www.we.fh-osnabrueck.de/fbwe/vorlesung/edv2/skript4.html](http://www.we.fh-osnabrueck.de/fbwe/vorlesung/edv2/skript4.html), 1999.
- [110] J. Smagorinsky. General Circulation Experiments with the Primitive Equations. *Monthly Weather Review*, Vol. 91(3), 1963.
- [111] D. Sofialidis and P. Prinos. Wall Suction Effects on the Structure of Fully Developed Turbulent Pipe Flow. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 118, 33-39, 1996.
- [112] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flow. *AIAA-Paper 92-0439*, 1992.
- [113] C. G. Speziale. Analytical Methodes for the Development of Reynolds-Stress Closures in Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 23, 107-157, 1991.
- [114] C. G. Speziale, R. Abid, and E. C. Anderson. A Critical Evaluation of Two-Equation Models for near Wall Turbulence. Technical Report 182068, ICASE No. 90-46, NASA, 1990.
- [115] J. H. Spurk. *Strömungslehre*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [116] J. L. Steger. Implicit Finite Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-Dimensional Geometries. *AIAA Journal*, Vol. 16(7), 1978.
- [117] J. L. Steger and R. F. Warming. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods. *Journal of Computational Physics*, Vol. 40, 263-293, 1981.
- [118] E. Truckenbrodt. *Fluidmechanik, Band 1*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [119] V. N. Vatsa, J. L. Thomas, and B. W. Wedan. Navier-Stokes Computations of prolate Spheroids at Angle of Attack. *AIAA-87-2627-CP*, 1987.

- [120] D. C. Wilcox. Numerical Study of Separated Turbulent Flows. *AIAA-Paper 74-584*, 1974.
- [121] D. C. Wilcox. Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. *AIAA Journal*, Vol. 26(11), 1299-1310, 1988.
- [122] D. C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. Griffin Printing, Glendale, California, 1993.
- [123] W. Xiong and W. Merzkirch. Zur Bestimmung statistischer Turbulenzgrößen mittels PIV. In *Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik; 6. Fachtagung, GALA*, Essen, Deutschland, September, 28-30, 1998.
- [124] J. Yao. Numerische Simulation der Multi-Dimensionalen Strömung in Kolbenmotoren. Dissertation. Universität GH Essen, 1997.
- [125] J. Yao, E. von Lavante, and K. Gersten. Numerical Investigation of Axisymmetric Internal Turbulent Flows. University of Essen, DFG-Abschlußbericht, 2000.
- [126] H. C. Yee. A Class of High-Resolution Explicit and Implicit Shock-Capturing Methods. *VKI Lecture Series on Computational Fluid Dynamics*, 1989.
- [127] X. Zheng. Multigrid Computation of Incompressible Flows Using Two-Equation Turbulence Models: Part I - Numerical Method. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 119, 893-899, 1997.

Lebenslauf

Name	Thomas Hüwener
Geburtstag- und ort	06.08.1971, Haltern
Schulbildung	
08/1978 - 07/1982	Grundschule St. Joseph, Haltern-Sythen
08/1982 - 06/1991	Städt. Gymnasium Haltern Abschluß: Abitur
Wehrdienst	
10/1991 - 09/1992	Grundwehrdienst in Münster-Handorf
Studium	
10/1992 - 07/1997	Studium des Maschinenbaus an der Ruhr-Universität Bochum Vertiefungsrichtung: Energietechnik/ Anlagen- und Umwelttechnik
08/1996 - 12/1996	Studium an der Texas A&M University, College Station, Texas, USA Vertiefungsrichtung: Mechanical- und Nuclear Engineering
Nebentätigkeit	
11/1994 - 06/1996	Studentische Hilfskraft am Lehrstuhl für Nukleare und Neue Energiesysteme der Ruhr-Universität Bochum
01/1997 - 07/1997	Studentische Hilfskraft bei der Ruhrgas AG, Abteilung Entwicklung und technisch wissenschaftliche Dienste/Numerische Simulation in Dorsten
Beruf	
08/1997 - 03/2001	Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen der Universität Essen
seit 04/2001	Referatsleiter bei der Ruhrgas AG, Abteilung Energiemessung, Meß- und Regelungstechnik/Simulation in Dorsten